CARGA E DESCARGA EM UM CAPACITOR

João Lucas Melo Garcia
Fenômenos Eletromagnéticos Experimental - Turma – IC- Prof. Rossano Lang Data: 20 de maio. de 2022
e-mail: joaolucasmgarcia@gmail.com

Resumo. *Um capacitor é um componente que possui a propriedade de armazenar cargas elétricas e seu carregamento e descarregamento, em um circuito denominado RC, ocorre de forma exponencial. A fim de analisar o comportamento desse componente, foi montado um circuito elétrico com uma fonte de tensão alternada. As medidas feitas em conjunto com as análises dos sinais processadas pelo osciloscópio indicaram que o capacitor carrega e descarrega em função do tempo e, após um determinado período, atinge os extremos de tensão fornecidos ao circuito. Portanto, tem-se um componente que não permite mudanças ou quedas abruptas de tensão, fornecendo um comportamento exponencial para armazenamento ou dissipação das cargas elétricas.*

Introdução

Um capacitor é um componente usado em circuitos elétricos constituído de duas placas condutoras paralelas que armazenam energia potencial elétrica e carga elétrica [1,2]. Cada capacitor possui uma capacitância que é definida como a capacidade de armazenar energia e é descrita pela equação:

$$C = \frac{q}{V} \qquad (1)$$

onde q é carga armazenada no capacitor em coulomb e V diferença de potencial entre os condutores, dada em Volts (V). Desse modo, obtém-se a capacitância em Farad (F)[3].

Ao montar um circuito elétrico com um resistor conectado em série com um capacitor e com uma fonte de tensão (circuito RC), é possível observar a carga e a descarga do capacitor.

A carga do capacitor ocorre quando há uma tensão sendo fornecida ao circuito fechado e é descrita pela equação:

$$q = q_o(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \qquad (2)$$

onde q_o é a carga inicial, t é o tempo em segundos (s) e τ é a constante de tempo do capacitor, em segundos (s), dada por: $\tau = RC$, sendo R a resistência em ohm (Ω) do resistor do circuito[1].

Nesse caso a corrente flui de forma decrescente:

$$I = I_o e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (3)$$

onde I é a corrente em Ampere (A).

Portanto, nota-se que o capacitor começa como um curto circuito, em $t=0$ e quando $t \to \infty$, temos que o capacitor funciona como um circuito aberto.

No que se refere a descarga do capacitor, tem-se que o mesmo ocorre quando não há

tensão sendo fornecida ao circuito. Nesse caso, tem-se a seguinte equação:

$$q = q_o e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4)$$

e sua corrente é dada por:

$$I = -\frac{q_o}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5)$$

É notório que, agora, a corrente é negativa pois as cargas estão deixando as placas e fluindo no sentido oposto ao do carregamento [2].

Com esses conceitos em mente, o presente experimento busca demonstrar, por meio de um circuito RC, o comportamento de carga e a descarga de um capacitor, na prática.

Será analisado se o funcionamento real está de acordo com a teoria que, pelas equações, apresentam que o capacitor carrega e descarrega de forma exponencial, ou seja, conforme o tempo passa, o capacitor armazena ou dissipa mais energia (cargas) e esse comportamento muda em função do tempo e de acordo com a tensão fornecida ao circuito.

Materiais e Métodos

Para o procedimento experimental de carga e descarga em um capacitor, foram utilizados um osciloscópio, um gerador de funções, uma protoboard, fios para conexões, um multímetro portátil, um resistor e um capacitor. No primeiro momento, as ponteiras do osciloscópio foram testadas ligando-as nos canais 1 e 2 do aparelho, deixando a conexão de fio terra livre e conectando as duas ponteiras no terminal de teste do osciloscópio "Probe Comp". Ao observar a imagem de uma onda quadrada no visor do osciloscópio, foi confirmado que as ponteiras estavam funcionando corretamente.

Na etapa seguinte do experimento, o gerador de funções foi ligado e sua saída foi conectada ao canal 1 do osciloscópio. Em seguida, os valores nominais do resistor e do capacitor foram anotados e, logo após, os valores da resistência (R) e capacitância (C) foram medidos diretamente com o multímetro portátil e anotados.

Para o prosseguimento do procedimento experimental, a constante de tempo capacitiva (τ) foi calculada duas vezes utilizando os valores nominais e medidos diretamente de R e C.

Na etapa seguinte do experimento, um circuito foi montado na protoboard utilizando como base a Figura 1 que destaca um diagrama de circuito RC. Em seguida, o gerador de funções foi ajustado para uma onda quadrada de $10V_{pp}$ (tensão pico a pico) e frequência de 200 Hz.

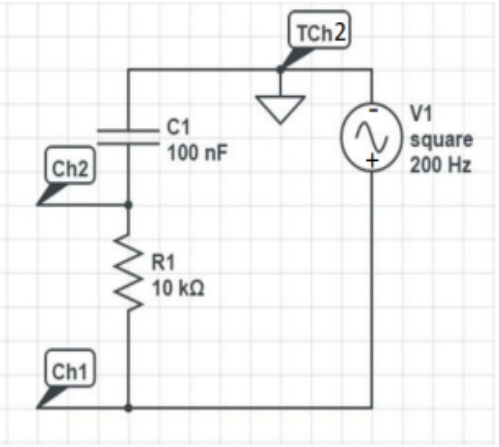


Figura 1 - Diagrama do circuito RC.
Fonte: Roteiro Experimento 1

Depois, os comandos do osciloscópio foram ajustados de forma a observar na tela uma

curva semelhante à apresentada na Figura 2, com o patamar $V_0 = 5V$ presente para o carregamento e -5V para o descarregamento.

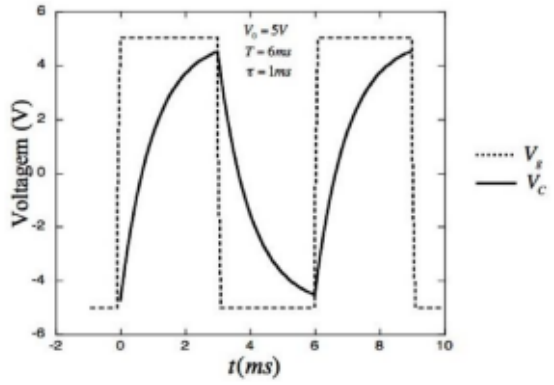


Figura 2: Desenho gráfico da superposição da tensão do gerador de funções. Fonte: Roteiro Experimento 1

Para o prosseguimento, as escalas do osciloscópio foram alteradas de modo a observar um período completo da onda quadrada. Logo após isso, ΔV_{pp} e τ foram medidos com o auxílio dos cursores y e x do osciloscópio, respectivamente.

No final do experimento, foram comparados os valores de τ obtidos pela medição no osciloscópio e medidos indiretamente.

Resultados

A Tabela 1 mostra o valor nominal do resistor e capacitor utilizados no experimento, e também a medida do valor da capacitância e resistência feita com o uso do multímetro portátil. As incertezas constatadas foram retiradas do aparelho usado na medição ou do próprio capacitor/resistor.

Tabela 1 - Valores de resistência e capacitância.

	R [Ω]	C [nF]
Nominal	$10^4 \pm 500$	100 ± 10
Multímetro	$9,9 \times 10^3 \pm 10$	138 ± 1

Fonte: autoria própria.

A Tabela 2 exibe o valor encontrado para a constante de tempo capacitiva (τ), calculada a partir das diferentes medidas da resistência e capacitância da Tabela 1, utilizando a seguinte equação:

$$\tau = RC \qquad (6)$$

$\tau_{(nominal)} = 10^4 \times 100 \times 10^{-9} = 1 \times 10^{-3}$ s

$\tau_{(multímetro)} = 9,9 \times 10^3 \times 138 \times 10^{-9}$

$\tau_{(multímetro)} = 1,3662 \times 10^{-3}\ s$

As incertezas em questão foram calculadas de acordo com a lei de propagação de incerteza para multiplicação, a qual diz que a incerteza relativa do resultado é dada pela soma em quadratura das incertezas relativas dos operandos. Após o cálculo, essa incerteza relativa foi convertida em absoluta. Assim, tem-se:

I) Incerteza para τ nominal:

$$\left(\frac{\sigma w}{10^{-3}}\right)^2 = \left(\frac{500}{10^4}\right)^2 + \left(\frac{10\times10^{-9}}{100\times10^{-9}}\right)^2$$

$\sigma w = 0,000111803$

Convertendo para a unidade usada na Tabela 2:

$\sigma w = 0,111803$

II) Incerteza para τ do multímetro:

$$\left(\frac{\sigma w}{1{,}3662\times10^{-3}}\right)^2 = \left(\frac{10}{9{,}9\times10^{3}}\right)^2 + \left(\frac{10^{-9}}{138\times10^{-9}}\right)^2$$

$$\sigma w = 0{,}00000999572$$

Convertendo para a unidade usada na Tabela 2:

$$\sigma w = 0{,}00999572$$

Tabela 2 - Valores de τ

	τ(ms)
Nominal	$1 \pm 0{,}1$
Multímetro	$1{,}37 \pm 0{,}01$

Fonte: autoria própria.

Além disso, por meio da Figura 3, obtida através do osciloscópio, é possível identificar valores para a constante τ e para ΔV_{pp}.

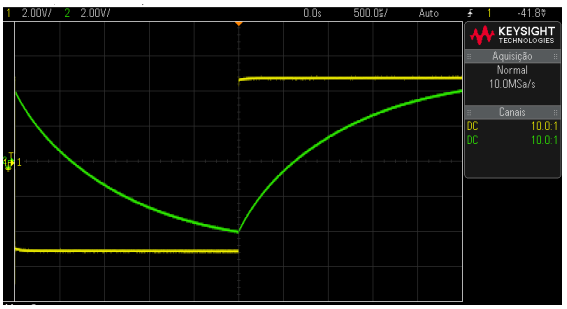


Figura 3 - Foto do gráfico gerado pelo osciloscópio da tensão do capacitor em função do tempo.
Fonte: O autor.

Através dos cursores de medida disponibilizados pelo osciloscópio foi possível identificar um Δy de 8,075 V, dessa forma, sabe-se que $\Delta V_{pp} = 8{,}075\,V$. Ademais, pelo mesmo processo utilizando-se os cursores, encontrou-se um valor de $0{,}9$ ms para a constante τ.

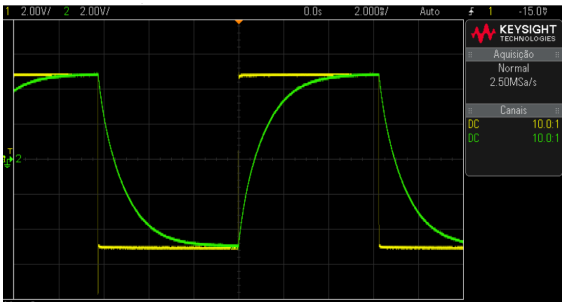


Figura 4 - Foto do gráfico gerado pelo osciloscópio da tensão do capacitor em função do tempo.
Fonte: O autor.

Ao final do experimento, a frequência da curva de tensão fornecida para o circuito foi reduzida para 80 Hz com a finalidade de atingir o carregamento máximo do capacitor (10 V), a nova curva foi destacada na Figura 4.

Discussão

A priori, é interessante destacar que pela lei das malhas de e Kirchhoff [3], aplicadas no circuito RC apresentado na figura 1, é possível deduzir as equações (2) e (4). Note que:

$$-V_1 + R_1 i + \frac{q}{C} = 0 \qquad (7)$$

$$\Rightarrow i = \left(-\frac{q}{C} + V_1\right)\frac{1}{R_1} \qquad (8)$$

$$\Rightarrow i = -\frac{q}{CR_1} + \frac{V_1}{R_1} \qquad (9)$$

Como $\frac{dq}{dt} = i$, então, tem-se:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{CR_1} + \frac{V_1}{R_1} = -\frac{1}{R_1 C}(q - CV_1)$$

$$\Rightarrow dq = -\frac{1}{RC}(q - CV_1)dt \qquad (10)$$

$$\int_0^q \frac{dq'}{(q'-CV_1)} = \int_0^t -\frac{1}{CR_1}dt' \qquad (11)$$

$$\Rightarrow ln\left(\frac{q-CV}{-CV}\right) = -\frac{t}{R_1 C} \Rightarrow \frac{q-CV}{-CV} = e^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

$$\Rightarrow q = -CV\,e^{-\frac{t}{R_1 C}} + CV = CV\left(e^{-\frac{t}{R_1 C}} + 1\right)$$

$$\Rightarrow q = q_o\left(e^{-\frac{t}{R_1 C}} + 1\right) \qquad (12)$$

De forma semelhante, o descarregamento é dado pela equação (7), no entanto a corrente flui no sentido contrário e não há uma tensão sendo fornecida, logo:

$$R_1 i + \frac{q}{C} = 0 \quad (13)$$

$$\Rightarrow i = \left(-\frac{q}{C}\right)\frac{1}{R_1} = -\frac{q}{CR_1}$$

Como $\frac{dq}{dt} = i$, então, substituindo, tem-se:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{CR_1} \Rightarrow dq = -\frac{q}{RC}dt \quad (14)$$

$$\int_{q_o}^{q} \frac{dq'}{q'} = \int_0^t -\frac{1}{CR_1}dt' \quad (15)$$

$$\Rightarrow ln\left(\frac{q}{q_o}\right) = -\frac{t}{R_1 C} \quad (16)$$

$$\Rightarrow q = q_o e^{-\frac{t}{R_1 C}} \quad (17)$$

Agora, é de suma importância citar que as relações obtidas entre a carga q do capacitor e a capacitância do mesmo, podem ser descritas em termos de tensão. Note que, pela equação (1) em conjunto com a equação (4) tem-se:

$$q_o e^{-\frac{t}{\tau}} = CV \quad (18)$$

e como $q_o = CV_s$, então:

$$CV_s e^{-\frac{t}{\tau}} = CV \quad (19)$$

$$\Rightarrow V = V_s e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (20)$$

Onde V_s é a tensão inicial, em volts (V), fornecida ao circuito.

Essas relações foram usadas para analisar o circuito montado em laboratório. Desse modo, pela figura 3 é possível analisar que a curva de tensão do capacitor de fato se comporta de maneira exponencial, tanto para seu carregamento, como para seu descarregamento, o que condiz com os dados coletados na literatura.

De forma mais exata, pode-se analisar, em termos numéricos, como ocorre o descarregamento regido pela curva exponencial. Levando em consideração a equação (20) e tomando $t = \tau$, o expoente de e será igual a -1. Dessa forma, a tensão do capacitor fica definida por:

$$V = V_s e^{-1} \quad (21)$$

Então, se $t = \tau$, a tensão irá cair para e^{-1} de seu valor inicial, ou seja, aproximadamente 0,37.

Diante dessa análise, faz-se conveniente entender como é mensurada a constante de tempo τ. Nota-se que as unidades trabalhadas na equação (6) são Ohms e Farads, das resistências e capacitâncias, respectivamente.

Ademais, sabe-se que um Ohm(Ω) equivale a Volts(V)/Ampére(A), um Ampére equivale a Coulomb(C)/segundo(s) e um Farad(F) equivale a C/V. Então, é possível provar que RC é unidade de tempo pela equação (6):

$$\tau = RC \Rightarrow \tau = \Omega * F \Rightarrow \tau = \frac{V}{A} \cdot \frac{C}{V} \Rightarrow \tau = \frac{C}{A}$$

$$\Rightarrow \tau = C \div \frac{C}{s} \Rightarrow \tau = \frac{C \cdot s}{C} = s\ (segundos)$$

Portanto, a constante de tempo τ também é dada em segundos.

Além disso, é notório que o capacitor não atinge seu carregamento ou descarregamento máximo (figura 3). Tal comportamento ocorre pois a tensão é alternada com uma frequência alta, ou seja, a tensão alterna de forma rápida, não permitindo que o capacitor complete seu carregamento e descarregamento. Diante disso, foi diminuída a frequência no gerador de

funções e, por conseguinte, obteve-se um período maior e registou-se o resultado na figura 4. Percebe-se que a curva da tensão do capacitor (curva verde) alcança a tensão da fonte de tensão (curva amarela), ou seja, carrega e descarrega por completo. Ademais, ressalta-se que esse comportamento foi esperado pois, com o passar do tempo, isto é, com $t \to \infty$, a equação (12) resulta em $q = q_o$, ou seja, a tensão fornecida ao sistema é a mesma tensão do capacitor. De forma semelhante, com $t \to \infty$, pela equação (17), tem-se $V = 0$, ou seja, ocorre um curto circuito, logo não há uma diferença de potencial no capacitor.

Conclusão

Uma parte dos resultados obtidos no experimento foram um pouco diferentes do que se esperava. Com a frequência de 200 Hz não foi possível chegar à carga máxima do capacitor (10 V). No entanto, foi possível observar a confirmação da teoria quando, ao reduzir a frequência, a curva de tensão do capacitor atingiu a tensão da fonte de tensão. Ademais, pode-se observar que o carregamento e descarregamento de um capacitor ocorre de maneira exponencial levando em consideração a equação (20). Portanto, pode-se concluir que um circuito RC não permite quedas repentinas de tensão, o que foi evidenciado experimentalmente nos gráficos da Figura 3 e da Figura 4.

Referências

[1] YOUNG, Hugh D.; Freedman, Roger A. Física III: eletromagnetismo - 10ª edição. Editora Pearson 2003 424 p ISBN 9788588639041. Acesso em: 25 mai. 2022.

[2] HALLIDAY, David. Fundamentos de física, v.3 : eletromagnetismo. 10. São Paulo LTC 2016 1 recurso online ISBN 9788521632092.

[3] SADIKU, Matthew; ALEXANDER, Charles; MUSA, Sarhan. Análise de Circuitos Elétricos com Aplicações. São Paulo: Grupo A, 2014. 9788580553031. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580553031/. Acesso em: 27 mai. 2022.