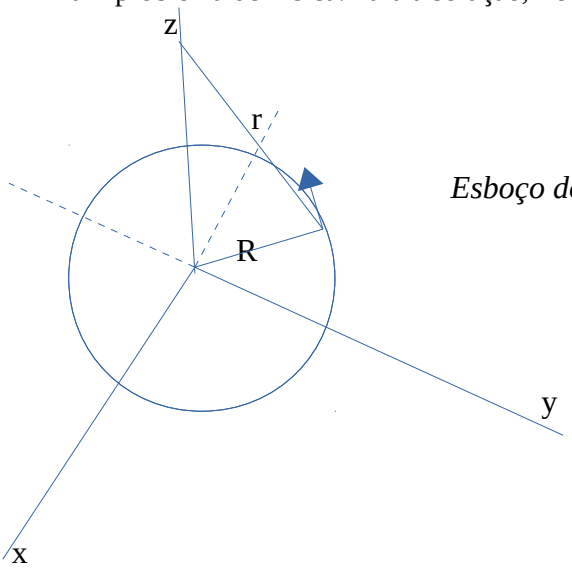
Problema: Determine a indução magnética de módulo **B**, em um ponto **P** sobre o eixo **Z**, para uma espira circular de raio **R**, percorrida por uma corrente **i**. A espira está no plano **xy** e o seu centro é o ponto **(0,0,0)**.

Esta solução será proposta como uma união de geometria analítica, cálculo diferencial e integral aplicado a um problema de Física. Para a solução, irei buscar mostrar o máximo de detalhes possível.



Esboço do problema.

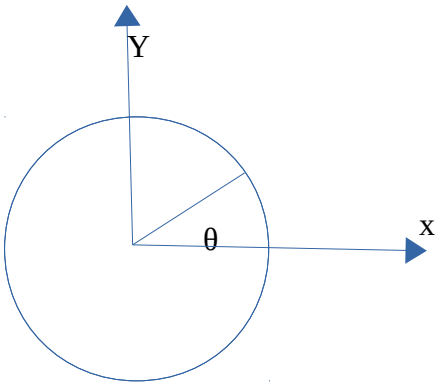
Primeiro, vamos estabelecer o que já conhecemos:

1-A espira está no plano da folha ou da tela do dispositivo que você está usando;
2- O eixo Z está saindo do plano em que está a espira;
3- O vetor de módulo B, é dado pela lei de Biot-Savart ;
4- A seta na espira, indica o elemento de comprimento dl, que é percorrido pela corrente i, e provoca um campo infinitesimal dB, no ponto que tem coordenadas (0,0,z);
5- Quando for referido o termo vetor r, o mesmo será pensado do elemento de comprimento dl, até o ponto onde se deseja calcular B.
Feito essa introdução, vamos aos cálculos:

$\vec{dB}=\frac{\mu_0 i}{4\pi}\left(\frac{\vec{dl}\times\hat{r}}{r^2}\right)$, essa é a Lei de Biot-Savart, que dá o vetor indução magnética (em alguns problemas, é confundido com campo magnético), medido em Tesla (T), produzido por uma corrente i que passa por um elemento de comprimento dl. Na verdade, $\vec{B}$ é obtido realizando a integração sobre toda a espira.
Nesse momento, é preciso definir algumas questões matemáticas.

$\vec{r}=\left(x_{final}-x_{inicial}, y_{final}-y_{inicial}, z_{final}-z_{inicial}\right)$, que é conceito de geometria analítica. Então,

$\vec{r}=(-x,-y,z)$, de onde , $r^2=x^2+y^2+z^2$.



Note ainda que, $R^2=x^2+y^2$, é a equação que descreve os pontos pertencentes à espira. De agora em diante, $r^2=R^2+z^2$.
Vale notar que, para um valor de Z fixo, r é constante. Note que o elemento de tamanho dl, pode ser escrito como vetor. Em coordenada polar,

$x=R\cdot\cos(\theta)$ e $y=R\cdot sen(\theta)$. E

$\vec{dl}=(-R\cdot sen(\theta)\cdot d\theta, R\cdot\cos(\theta)\cdot d\theta)$

Percebe-se que $dl = R \cdot d\theta$, e que sua integral sobre a espira, dá o comprimento da mesma. Ainda vale mencionar que $\hat{r} = \frac{(-x, -y, z)}{r}$. Perceba que tudo que foi feito até o momento, são as considerações iniciais para que $\vec{dl} \times \hat{r}$ seja possível de ser calculado. Agora é preciso fazer o produto vetorial.

$\vec{dl} \times \hat{r} = (-R \cdot sen(\theta) \cdot d\theta, R \cdot \cos(\theta) \cdot d\theta) \times \frac{(-x, -y, z)}{r}$, que simplificando, vem como:

$\vec{dl} \times \hat{r} = \frac{R\, d\theta}{r}(-sen(\theta), \cos(\theta)) \times (-x, -y, z)$. Agora, fazendo o produto vetorial como determinante, temos :

$$\vec{dl} \times \hat{r} = \frac{R\, d\theta}{r} \cdot \begin{vmatrix} \hat{i}, \hat{j}, \hat{k} \\ -sen(\theta), \cos(\theta), 0 \\ -x, -y, z \end{vmatrix}$$. Abrindo as contas:

$\vec{dl} \times \hat{r} = \frac{R\, d\theta}{r} \cdot [z \cdot \cos(\theta), z \cdot sen(\theta), x \cdot \cos(\theta) + y \cdot sen(\theta)]$. Agora, levando todos esses resultados na equação para o campo B, temos:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi \cdot r^2} \frac{R\, d\theta}{r} \cdot [z \cdot \cos(\theta), z \cdot sen(\theta), x \cdot \cos(\theta) + y \cdot sen(\theta)] \quad .$$

Considerando que $x \cdot \cos(\theta) = R \cdot \cos^2(\theta)$ e $y \cdot sen(\theta) = R \cdot sen^2(\theta)$, então $x \cdot \cos(\theta) + y \cdot sen(\theta) = R$, considerando que $sen^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$ .Dessa forma

$\vec{dB} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi \cdot r^3}[z \cdot \cos(\theta), z \cdot sen(\theta), R]\, d\theta$, onde :

$dB_x = \frac{\mu_0 i R \cdot z}{4\pi \cdot r^3}[\cos(\theta)]\, d\theta$, componente infinitesimal do campo na direção de x;

$dB_y = \frac{\mu_0 i R \cdot z}{4\pi \cdot r^3}[sen(\theta)]\, d\theta$, componente infinitesimal do campo na direção de y;

$dB_z = \frac{\mu_0 i R^2}{4\pi \cdot r^3}[1]\, d\theta$ **, componente infinitesimal do campo na direção de y;**

Agora, realizando integração, temos o valor de B.

$B_x = \int dB_x = \frac{\mu_0 i R \cdot z}{4\pi \cdot r^3} \int_0^{2\pi} [\cos(\theta)]\, d\theta$ **, que será zero, pois sen(0°)= sen(360°)=0.**

$B_y = \int dB_y = \frac{\mu_0 i R \cdot z}{4\pi \cdot r^3} \int_0^{2\pi} [sen(\theta)] d\theta$ **, que será zero, pois cos(0°)= cos(360°)=0, por**

consequência do Teorema Fundamental do Cálculo.

$B_z = \int dB_z = \frac{\mu_0 i R^2}{4\pi \cdot r^3} \int_0^{2\pi} [1] d\theta = \frac{\mu_0 i R^2}{4\pi \cdot r^3} \cdot 2\pi$ **,** ou ainda,

$$B_z = \frac{\mu_0 i R^2}{2 \cdot r^3} \quad \text{, com} \quad r^3 = \left(R^2 + z^2\right)^{\frac{3}{2}} \quad .$$

Conclui-se que o vetor B resultante terá direção perpendicular ao plano da espira. Esse método não é o mais fácil de responder essa questão, contudo é muito eficaz, quanto o problema não apresenta uma estrutura espacial simples de compreender.