INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

WASLEY ANTONIO RONCHETTI

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA APRENDIZAGEM DAS GRANDEZAS MASSA E COMPRIMENTO POR MEIO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRÍTICA

Vitória
2018

WASLEY ANTONIO RONCHETTI

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA APRENDIZAGEM DAS GRANDEZAS MASSA E COMPRIMENTO POR MEIO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRÍTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Coorientadora: Prof.ª Drª Maria Alice Veiga Ferreira de Souza

Vitória
2018



(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

R627e Ronchetti, Wasley Antonio.
Os registros de representação semiótica na aprendizagem das grandezas massa e comprimento por meio de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica/ Wasley Antonio Ronchetti – 2018.
131 f. : il. ; 30 cm

Orientador: Oscar Luiz Teixeira de Rezende.
Coorientador: Maria Alice Veiga Ferreira de Souza

Dissertação (mestrado) – Instituto Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática.

1. Educação Matemática Crítica 2. Modelagem Matemática. 3. Anos Iniciais. 4. Registros de representação semiótica. I. Rezende, Oscar, L. T. de. II. Souza, M. A. V. F. de. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título

CDD XX: XXX.XX

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO - CEFOR
Rua Barão Mauá, 30, Jucutuquara – 29040-780 – Vitória – Espírito Santo

WASLEY ANTONIO RONCHETTI

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA APRENDIZAGEM DAS GRANDEZAS MASSA E COMPRIMENTO POR MEIO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRÍTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em ..... de ..... de 2018.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Instituto Federal do Espírito Santo, IFES

Prof.ª Dr.ª Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Instituto Federal do Espírito Santo, IFES

Prof. Dr. Luciano Lessa Lorenzoni
Instituto Federal do Espírito Santo, IFES

Prof.ª Drª. Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Autarquia criada pela lei nº 11.892 de 29 de dezembro de 2008
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

WASLEY ANTONIO RONCHETTI

RONCHETTI, Wasley Antonio; REZENDE, Oscar L. T. de; SOUZA, M.A.V.F de. Lixo, lixinho, lixão: que massa e comprimento têm? Vitória: Ifes, 2018. (Séries Guias Didáticos de Matemática, nº 52)

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em..... de ..... de 2018.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Instituto Federal do Espírito Santo, IFES

Prof.ª Drª. Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Instituto Federal do Espírito Santo, IFES

Prof. Dr. Luciano Lessa Lorenzoni
Instituto Federal do Espírito Santo, IFES

Prof.ª Drª. Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR

DECLARAÇÃO DO AUTOR

Declaro, para fins de pesquisa acadêmica, didática e técnico-científica, que este Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática pode ser parcialmente utilizado, desde que se faça referência à fonte e ao autor.

Vitória - E.S., ... de..... de 2018.

WASLEY ANTONIO RONCHETTI

A meus pais, Antônio e Anaide.
A minha esposa e companheira, Rosilene.
Ao meu filho, Pietro.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por ter permitido realizar este grande sonho que muitas vezes julguei ser inalcançável, e por ter me conduzido durante todo esse período de forma segura nas idas e vindas pelas estradas. O Senhor é meu pastor e nada me faltará!

Aos meus amados e queridos pais Antônio e Anaide, pelos valores ensinados e transmitidos a mim. Tudo o que sempre alcancei deve-se a vocês que sempre me incentivaram a buscar e conquistar as coisas, conservando sempre os valores morais e éticos. Dedico a vocês esta conquista.

O meu eterno agradecimento a minha amada esposa Rosilene que sempre foi muito compreensiva e paciente, entendendo perfeitamente as causas da minha ausência, abdicando de suas vontades e participando deste sonho junto comigo e que, no meio desta caminhada, proporcionou-me uma das mais nobres experiências que já vivi: a de ser pai do nosso pequeno e tão amado Pietro. A você, todo o meu amor!

Ao meu orientador Oscar e minha coorientadora Maria Alice, por acreditarem no meu sonho e tanto contribuírem para sua concretização. Mestres que além de me orientar, guiaram-me com sabedoria no decorrer desta pesquisa, respeitando minhas limitações, mas sempre mostrando que é possível superá-las. Recebam minha admiração, gratidão e respeito.

Aos queridos amigos Ana Paula Brasil, Deila da Silva Barelli de Moraes, Everton Murilo da Vitoria Olario e Patrícia Vidigal Bendinelli pela companhia, momentos de descontração, alegria e de boas risadas em meio às diversas atividades do mestrado.

Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos sempre.

(Paulo Freire)

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CAMPUS VITÓRIA
Avenida Vitória, 1729, Jucutuquara – 29040-780 – Vitória – Espírito Santo
27 3331 2110

RESUMO

A pesquisa realizada se alinha aos pressupostos da educação matemática crítica e seu objetivo foi evidenciar a ocorrência da aprendizagem das grandezas massa e comprimento por meio do diálogo e da mobilização simultânea dos diversos registros de representação semiótica que emergem de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. Na realização da atividade destaca-se os atos dialógicos constituintes do Modelo de Cooperação Investigativa. Por meio de tal ambiente criado a partir da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica, ocorreram os pressupostos teóricos dos registros de representação semiótica, indispensáveis para a compreensão e eventual aprendizagem das grandezas massa e comprimento. A atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica que foi desenvolvida baseou-se na realidade dos alunos mediante a problemática do lixo e sua correta destinação, direcionando nosso olhar sobre o lixo orgânico e sua transformação em adubo orgânico. A pesquisa ocorreu na Escola Municipal Comunitária Rural Ernesto Corradi, localizada no distrito de Boapaba, município de Colatina – ES, com os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Os instrumentos para a produção de dados foram os diários de bordo do professor e dos alunos, as produções textuais e gravações em áudio e, a partir desses, procedeu-se às análises à luz do referencial teórico. Os resultados da pesquisa apontam que a prática pedagógica da modelagem na perspectiva sociocrítica favoreceu os atos dialógicos do Modelo de Cooperação Investigativo e a elaboração de atividades envolvendo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e ajudou na aprendizagem das grandezas massa e comprimento. Ao relatar a experiência vivenciada, espera-se contribuir para que os professores reflitam sobre a própria prática pedagógica, encontrando no guia subsídios para desenvolver uma prática de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica; Modelagem Matemática; Anos Iniciais; Registros de Representação Semiótica.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CAMPUS VITÓRIA
Avenida Vitória, 1729, Jucutuquara – 29040-780 – Vitória – Espírito Santo
27 3331 2110

ABSTRACT

The research performed aligns with the assumptions of critical mathematical education and its objective was to evidence the occurrence of the learning of the mass and length magnitudes by means of the simultaneous mobilization of the various records of semiotic representation that emerge from a mathematical modeling activity in the sociocritical perspective. Along the accomplishment of the activity it was emphasized the dialogical acts that constitute the Model of Investigative Cooperation. Through the study environment created from the mathematical modeling in the sociocritical perspective, the theoretical assumptions of the semiotic representation registers, which are indispensable for the comprehension and eventual learning of the mass and length magnitudes, occurred. The activity of mathematical modeling in the sociocritical perspective that was developed was based on the reality of the students through the problem of garbage and its correct destination, directing our look on the organic garbage and its transformation into organic fertilizer. The research was carried out at the Ernesto Corradi Municipal Rural Community School, located in the district of Boapaba, in the municipality of Colatina - ES, with students from the 5th year of elementary school. The instruments for the production of data were the teachers and student's logbooks, textual productions and audio recordings, on which analyzes were carried out in the light of the theoretical framework. The research results point out that the pedagogical practice of modeling in the sociocritical perspective favored the dialogical acts of the Investigative Cooperation Model and the elaboration of activities involving the Theory of Semiotic Representation Registers and helped in the learning of mass and length magnitudes. In reporting the experience, it is hoped to contribute to teachers' reflection on their own pedagogical practice, finding subsidies in the guide to develop a practice of mathematical modeling from a sociocritical perspective

Keywords: Critical Mathematics Education; Mathematical Modeling; Initial Years; Semiotic Representation Records

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – O modelo de Cooperação Investigativa 38
Figura 2 – Exemplo de conversão da linguagem algébrica em linguagem gráfica....52
Figura 3 – Segmento de reta AB 59
Figura 4 – Organização conceitual dos três universos e domínios 60
Figura 5 – Diário de bordo dos alunos 70
Figura 6 – Transformação do registro simbólico para o registro tabular do aluno A878
Figura 7 – Conversão do registro tabular para o registro gráfico do aluno A8 79
Figura 8 – Realização do tratamento no registro gráfico do aluno A8.....79
Figura 9 – Alunos no laboratório de informática.....80
Figura 10 – Início da aula sobre compostagem.....81
Figura 11 – Desenvolvimento da aula sobre compostagem.....81
Figura 12 – Alunos com as embalagens para a realização da atividade.....82
Figura 13 – Alunos do quinto ano realizando a pesagem do lixo 87
Figura 14 – Aluno anotando o peso do seu lixo 87
Figura 15 – Construção da tabela em ordem crescente do aluno A4.....88
Figura 16 – Construção da tabela, em ordem decrescente, do aluno A7.....89
Figura 17 – Alunos delimitando o local para construir a composteira 15 90
Figura 18 – Alunos começando a construir a composteira.....91
Figura 19 – Alunos terminando a construção da composteira 91
Figura 20 – Alunos determinando o tamanho dos canteiros na sala de aula 92
Figura 21 – Resolução da atividade sobre perímetro do aluno A1. 93
Figura 22 – Transformação das unidades de medida do aluno A4 99
Figura 23 – Resolução da atividade 2 do aluno A1 100
Figura 24 – Resolução da atividade 3 do aluno A3 101
Figura 25 – Resolução da atividade 3 do aluno A6 101
Figura 26 – Resolução da atividade 3 do aluno A12 102
Figura 27 – Resolução da atividade número 04 do aluno A7 103
Figura 28 – Resolução da atividade número 04 do aluno A9 104
Figura 29 – Continuação da atividade número 04 do aluno A7.....106
Figura 30 – Resolução da atividade número 05 do aluno A10 107
Figura 31 – Resolução da atividade número 6 do aluno A1 108
Figura 32 – Resolução da atividade de número 07 do aluno A5 109
Figura 33 – Encerramento das atividades com a turma do quinto ano. 112

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Organização da atividade de Modelagem conforme o grau de autonomia dos alunos no processo 44
Quadro 2 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.....48
Quadro 3 – Categorias e respectivas unidades de significados.....68

LISTA DE SIGLAS

EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática

EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática

CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática

ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática

SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

ICTMA – Conferência Internacional sobre Ensino de Modelagem Matemática e aplicações

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 18
1.1 PROBLEMA DA PESQUISA 22
1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA 22
1.2.1 Objetivo Geral 22
1.2.2 Objetivos Específicos 23
1.3 DA ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO 23
2 UM OLHAR SOBRE AS PESQUISAS REALIZADAS 25
2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL 25
2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA 29
3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS 33
3.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA 33
3.2 O MODELO DE COOPERAÇÃO INVESTIGATIVA: O MODELO CI 37
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA 40
3.3.1 A Perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática 42
3.4 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS 45
3.4.1 As operações cognitivas: tratamento e conversão 49
3.5 RELACIONANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS 55
3.6 DAS GRANDEZAS MASSA E COMPRIMENTO 57
4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS 64
4.1 O ESTUDO 64
4.2 LOCAL DA PESQUISA 65
4.3 SUJEITOS E AMBIENTE DA PESQUISA 65
4.4 PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES 67
4.5 PRODUÇÃO DE DADOS 69
4.5.1 Diário de bordo do Pesquisador 69
4.5.2 Diário de Bordo do aluno 70
4.5.3 Gravações em áudio 70
4.5.4 Fotografia 71
4.5.5 Sequência de atividades 71
5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS 72

5.1 ENCONTRO 1 752
5.2 ENCONTRO 2 75
5.3 ENCONTRO 3 890
5.4 ENCONTRO 4 83
5.5 ENCONTRO 5 89
5.6 ENCONTRO 6 95
5.7 ENCONTRO 7 110

6 PRODUTO EDUCACIONAL 113
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS 114
REFERÊNCIAS 121
APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA NA INSTITUIÇÃO 127
APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO 128
APÊNDICE C – CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO 130
APENDICE D – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO 131
APÊNDICE E – PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP 133
ANEXO I 134

1 INTRODUÇÃO

Durante os anos em que lecionei matemática para as séries finais do ensino fundamental, eram notáveis os resultados insatisfatórios nas avaliações da disciplina e a grande dificuldade dos alunos, independentemente da série ou turma em que se trabalhava. Muitos foram os momentos em que, dialogando com outros professores, concluíamos que os problemas na aprendizagem da matemática vinham desde os anos iniciais do ensino fundamental. Reflexões como essas encontram embasamento em Duval (2003, p. 11) que busca responder questões tais quais “como compreender as dificuldades muitas vezes insuperáveis que os alunos têm na compreensão em Matemática?”, “Qual a natureza dessas dificuldades?”, “Onde elas se encontram?”. As respostas para essas questões requerem atenção especial dos educadores porque podem indicar atitudes que cooperarão para a superação desses problemas.

Ainda de acordo com Duval (2003), o ensino da matemática deve favorecer a aprendizagem e o desenvolvimento da capacidade dos alunos e o seu ensino em formação inicial não tem por objetivo formar futuros matemáticos e nem os dar instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, mas sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. (DUVAL, 2003, p.11)

O ensino da matemática centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados, produziu entre os alunos a ideia de uma área de conhecimento difícil, incompreensível e, muitas vezes, desnecessária no dia a dia. Em suma, transformou-se em um grande problema para as crianças e jovens da Educação Básica (BRASIL, 1997). Em seus trabalhos, Skovsmose (2000), Mattos, Pereira, Albuquerque (2011), Barbosa (2003), Silva (2013), Schönardie (2011), Rosa e Orey (2012) constatam que ainda há profissionais que desenvolvem práticas pedagógicas que valorizam, principalmente, o ensino da Matemática centrado na transmissão massiva de conteúdo, cujas aulas se restringem a explicações seguidas de listas de exercícios voltadas para a memorização, sem a devida preocupação com o desenvolvimento do pensamento autônomo e crítico. O ensino da matemática tradicional é caracterizado por aulas que costumam ser divididas em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas, geralmente em conformidade com o livro

texto; em seguida, os alunos fazem alguns exercícios tendo por base a aplicação direta das técnicas apresentadas. O professor confere as respostas e uma parte essencial do trabalho é resolver exercícios de um livro. Há variações possíveis no tempo gasto com a parte expositiva e com a resolução de exercícios, e outros elementos podem ser combinados com esse modelo, por exemplo, os alunos podem apresentar pequenos seminários e exercícios (ALRO; SKVOSMOSE, 2010). Freire (2011) questionava práticas semelhantes quando se referia ao processo de educação bancária que transformava os estudantes em indivíduos autômatos, meros depositários de conhecimentos científicos.

O fato de o objeto de estudo da matemática não ser “real” ou “físico”, mas criado pelo homem, como afirma Duval (1993, p.3), pode acarretar o distanciamento da ligação matemática-cotidiano. Ainda de acordo com o autor, é por isso que o estudo dos objetos matemáticos é, na realidade, efetuado sobre as suas representações, embora separar esses dois conceitos seja justamente um dos problemas enfrentados por estudantes em fase de aprendizagem.

Diante dessa perspectiva, cabe ao professor articular ao seu trabalho cotidiano observações com a prática social dos alunos, em que esta possa propiciar a aprendizagem em matemática por meio de aulas que permitam a construção do conhecimento do estudante.

O ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental deve ter por objetivo contribuir para o desenvolvimento integral da criança e oferecer subsídios para o exercício da cidadania, fazendo-se necessária uma articulação entre os saberes escolares e as experiências e interesses das crianças (BRASIL, 1997). No entanto, uma das grandes dificuldades enfrentadas pelos professores é justamente fazer essa articulação, principalmente no ensino da matemática. Diante disso, o ensino distancia-se do cotidiano da criança que nem é citado para ser superado, ou é simplesmente ignorado como se não existisse (SILVA; KLUBER, 2012, p.230).

Além das questões citadas acima e a minha vivência em sala de aula, observei que além das dificuldades habituais de cada aluno na aprendizagem, como a carência na compreensão e interpretação de problemas e a ausência de competências e

habilidades mínimas, há conteúdos em que as dificuldades são mais acentuadas. Alguns desses conteúdos se referem a grandezas e medidas. De acordo com Lima e Bellemain (2010), há mais de dez anos, diversas recomendações curriculares para o Ensino Fundamental têm valorizado o ensino das grandezas e medidas e, ao longo desse período, podemos observar alguma evolução no ensino desse campo como também, sem dúvida, é dada maior atenção a ele nos estudos acadêmicos sobre questões de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos. (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p.167).

De acordo com Lima e Bellemain (2010), diferentes avaliações do ensino realizadas em nosso país mostram que o desempenho dos alunos é particularmente insatisfatório quando se trata de questões relativas a esse campo. Tal fato, também observado em outros países, indica que ainda há um bom caminho a ser percorrido até podermos compreender melhor todos os aspectos associados ao estudo das grandezas e medidas no Ensino Fundamental.

De acordo com Lima e Bellemain:

> O foco do trabalho com grandezas e medidas nos anos iniciais da vida escolar deve ser o de construir os alicerces para o aprofundamento desse conceito na segunda etapa do Ensino Fundamental, permitindo que as concepções das crianças venham à tona e possam ser reforçadas ou modificadas. (2010, p.168)

Lima e Bellemain (2010) afirmam, ainda, que a inclusão dos conteúdos grandezas e medidas, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, justifica-se, basicamente, por três razões: por questões sociais, em virtude de suas utilizações nas técnicas e nas ciências; pelas conexões com outras disciplinas escolares e por suas articulações com outros conteúdos da Matemática.

Considerando esses aspectos, percebe-se a necessidade de mudanças e inovações no que se refere ao ensino da matemática e às suas metodologias. Segundo Luna, Souza e Santiago (2009), para que o ensino da matemática nos anos iniciais seja significativo e favorável para esta etapa, que é base para a vida cidadã e profissional dos sujeitos, faz-se necessário valorizar metodologias problematizadoras que relacionem o conhecimento escolar com o contexto vivido pela criança.

Diante de todo o contexto apresentado, optei por um tema que tivesse uma relação direta com a matemática nos anos iniciais, não por acreditar que a problemática aconteça só nesse período, mas pelo fato de poder despertar desde cedo nesses alunos o interesse pela matemática. E foi nessa perspectiva que me deparei com a Modelagem Matemática, que, a meu ver, pode ser uma metodologia que corresponda com o interesse das crianças, pois facilita a aprendizagem, podendo oferecer aos alunos uma forma mais dinâmica e lúdica de aprender os conteúdos matemáticos (BURAK, 1987; CÔGO, 2004). Outro motivo pelo qual escolhi a modelagem matemática baseia-se nas pesquisas de Vertuan (2007) que afirma que em uma atividade de modelagem matemática emergem diferentes registros associados a um mesmo objeto matemático, possibilitando assim o estudo desse objeto, de suas representações e das mobilizações simultâneas entre essas representações; e também em Silva (2008) que diz que a Modelagem Matemática possibilita a oportunidade de, a partir de um tema escolhido, desenvolver um trabalho de investigação e o uso de diferentes registros de representação.

Bueno (2007), através de um estudo que utiliza a Modelagem Matemática, aponta que esta contribuiu para a formação da cidadania e para o debate em torno de temas sócio-político-econômico-culturais, pois possibilita a abordagem de outros assuntos de contextos não necessariamente “matemáticos”. Temas como o preconceito, o sistema político, as classes sociais, os valores humanos, dentre outros, que provavelmente não seriam abordados ao se trabalhar de forma tradicional. A partir dessa proposta é possível desenvolver, neste cenário, aulas baseadas nos pressupostos da Educação Matemática Crítica, onde os alunos assumem o papel de participantes na consolidação de uma aprendizagem voltada para a compreensão e leitura do mundo, baseada em experiências que consideram interessantes e relevantes ao processo educativo, superando assim o ensino tradicional da Matemática e passando a adotar a função social da Educação Matemática, que volta seu olhar não apenas para o cumprimento do currículo escolar, mas para a realidade sociocultural em que o aluno está inserido.

É possível observar que pesquisas em níveis mais avançados da Educação Básica, já é considerada a contribuição da Modelagem[1] no desenvolvimento de uma postura crítica pelos alunos em relação a questões em debate na sociedade (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009). Diante disso, a presente pesquisa apoia-se na perspectiva sociocrítica da Modelagem (BARBOSA, 2003) no contexto escolar, entendendo-a como uma inserção possível nos primeiros anos do Ensino Fundamental, em que se visa apresentar como os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental analisam criticamente o papel dos modelos matemáticos na sociedade e assim relacionam a matemática às diversas situações sociais. (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009 *apud* BARBOSA 2003).

1.1 PROBLEMA DA PESQUISA

Com o desenvolvimento da pesquisa, pretende-se, a partir da análise das informações coletadas, encontrar subsídios que possibilitem apresentar reflexões sobre a seguinte questão:

Como uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica contribui para a aprendizagem dos objetos matemáticos grandezas massa e comprimento e o uso de suas diferentes representações semióticas?

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

1.2.1 Objetivo Geral

Analisar a aprendizagem das grandezas massa e comprimento, por meio dos atos dialógicos e das representações semióticas dos objetos matemáticos em uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica, de alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma Escola Municipal Comunitária Rural.

[1] No decorrer desse texto utilizamos o termo Modelagem quando nos referimos à Modelagem Matemática, a fim de evitarmos repetições.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Apontar indícios que contemplem um ambiente de aprendizagem por meio de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica;

- Identificar, nas interações realizadas com os alunos, os atos dialógicos presentes no Modelo de Cooperação Investigativa, apontando-os como diálogos que colaboram no processo de aprendizagem;

- Identificar os possíveis registros de representação semiótica dos objetos matemáticos grandezas massa e comprimento, na atividade de Modelagem Matemática;

- Analisar a aprendizagem de medidas e grandezas, destacando as diferentes representações semióticas desses objetos matemáticos, identificando a presença de operações de tratamento e conversão;

- Produzir um guia didático que dialogue com os professores do ensino fundamental sobre as possibilidades pedagógicas da modelagem matemática no ensino das grandezas massa e comprimento.

1.3 DA ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO

A organização deste estudo compreende cinco capítulos. No primeiro, ressalto a pertinência do tema, a questão norteadora e os objetivos desta investigação. No segundo capítulo destaco o olhar sobre as pesquisas realizadas de modelagem nos anos iniciais do ensino fundamental e de modelagem e semiótica e, depois, apresento os conceitos de grandezas e medidas, sua importância na matemática e sua aplicação nos anos iniciais do ensino fundamental.

No terceiro capítulo, explano a fundamentação teórica da pesquisa que contempla discussões em torno da educação matemática crítica, que, por sua vez, direciona questionamentos a respeito de questões políticas, econômicas e sociais, assim como a relação professor-aluno neste processo e sua aproximação no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica. A Teoria dos

Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval abordará a conceitualização dos objetos matemáticos e suas diversas representações que podem surgir na atividade de modelagem. Neste capítulo, ainda, faço uma relação entre a Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, aproximando-as.

O quarto capítulo aborda os procedimentos metodológicos que serão utilizados nesta pesquisa, o estudo proposto, a atividade desenvolvida, e a identificação de suas características, de acordo com as categorias e unidades de significado constituinte identificadas por Silva e Kato (2012), como também os métodos de coleta de dados. Discorro, ainda, sobre o local da pesquisa e caracterizo os sujeitos que estarão envolvidos neste processo.

O quinto capítulo trata da descrição e observação dos dados produzidos durante a atividade de pesquisa. A análise será direcionada a destacar dentro da atividade de modelagem os atos dialógicos que caracterizam o modelo de cooperação investigativa e os objetos matemáticos que emergem desta mesma atividade, atendendo aos pressupostos teóricos em que se baseia o presente trabalho, os quais defendem o ambiente de aprendizagem que será proporcionado e a abordagem cognitiva que será utilizada, cujo tratamento tange à aprendizagem e aos possíveis bloqueios na compreensão dos objetos matemáticos.

E, no sexto capitulo, exponho as considerações finais com as perspectivas da atividade desenvolvida, bem como a sua relação com o referencial teórico e sua articulação com os objetivos propostos.

2 UM OLHAR SOBRE AS PESQUISAS REALIZADAS

Buscando fundamentar a pesquisa, apoio-me em estudos já realizados no âmbito da Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental e da Modelagem e dos Registros de Representação Semiótica, analisando a aplicação em atividades de matemática e evidenciando os aspectos de aprendizagem dos alunos nas referidas atividades.

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Gomes e Silva (2017) buscam identificar e analisar, nos anais de alguns eventos, artigos relacionados à Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e séries equivalentes. Para seleção e classificação dos artigos que relacionam Modelagem Matemática nos anos iniciais, optaram por considerar os artigos publicados na modalidade de Relato de Experiência (RE) e Comunicação Científica (CC) das últimas edições dos eventos VII EPMEM 2016, XIII EPREM 2015, IX CNMEM 2015, XII ENEM 2016, VI SIPEM 2015 e analisar duas conferências às quais tinham acesso, a ICTMA13 2007 e a ICTMA14 2009.

As autoras coletaram arquivos dos anais, localizados a partir de resumos e palavras-chave, termos que relacionassem “Modelagem Matemática e formação de professores” e “Atividades de Modelagem”, ambos referentes aos anos iniciais do ensino escolar. Com esses artigos selecionados, buscaram estabelecer uma reflexão sobre as contribuições que a modelagem matemática pode proporcionar aos alunos desse período em relação à aprendizagem e à formação de professores. Ao analisarem 183 artigos que fazem parte dos anais desses eventos e tratam sobre modelagem, as autoras selecionaram apenas treze materiais, o que representa pouco mais de 7% do total.

Tal fato levou as autoras a inferir que a Modelagem Matemática nos anos escolares iniciais caminha a passos lentos quando comparados aos artigos publicados sobre modelagem nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio. As autoras

ressaltam que, dos treze artigos selecionados que destacam a Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, nove compunham a modalidade comunicação científica e quatro, a modalidade relato de experiência, o que indica um avanço na produção científica, ao passo que professores e pesquisadores relatam práticas pedagógicas a fim de divulgar e compartilhar experiências fazendo uso da Modelagem Matemática, corroborando com os objetivos que fundamentam esses eventos.

Outro aspecto apresentado pelas autoras é que dos 13 trabalhos levantados, dois tratavam do estudo voltado para professores que lecionam neste nível de ensino. Nesse sentido, para superar desafios de inserção da modelagem em sala de aula, nos anos iniciais do ensino fundamental, as autoras concluem que são necessários mais investimentos na formação inicial e continuada de professores, de modo a oportunizar aos docentes reflexões teóricas e práticas sobre tais experiências. Por fim, as autoras defendem que a Modelagem Matemática possibilita, tanto ao professor quanto ao aluno, uma aprendizagem em nível tão significativo que provoca uma busca constante no campo do saber e, como descrito anteriormente, a Modelagem proporciona conhecer aplicações da matemática na resolução de problemas do mundo real, apresentando-se como uma alternativa pedagógica, participando na construção e produção de conhecimentos, caminhando em direção aos documentos normativos atuais.

Silva e Kluber (2012) procuram responder ao seguinte questionamento: em que níveis de ensino estão focadas as pesquisas brasileiras sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática e o que isso revela? Para responder a esse questionamento, direcionam sua pesquisa aos resumos dos trabalhos *stricto sensu* disponíveis no Banco de Teses da CAPES Brasil, e que tivessem sido realizados no período de 1987 a 2010. No mapeamento, buscaram por produções que tivessem, no título ou no resumo, palavras-chave sobre a abordagem da Modelagem Matemática na área de concentração Educação. A partir disso, tiveram como fonte de pesquisa 85 (oitenta e cinco) dissertações e 16 (dezesseis) teses. Eles relatam que puderam compreender que a Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática, apresenta-se como uma tendência que contribui para o desenvolvimento da aprendizagem significativa e para a melhoria da qualidade de Ensino em Matemática. Além disso, a

análise realizada esclarece que o maior número de produções corresponde às investigações sobre o uso da Modelagem Matemática nas diferentes etapas da Educação Básica, exceto nos anos iniciais.

Os autores destacam que foram analisadas dissertações e teses num período de 24 anos e ainda pode-se dizer que esse é um campo novo de investigação, visto que a Modelagem Matemática na Educação Matemática passa a ser divulgada, isto é, assumir condições de ser utilizada de forma efetiva em sala de aula, paulatinamente no meio educacional.

Eles reconhecem, ainda, que pesquisas sobre a inserção da Modelagem Matemática na Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental podem estar em andamento ou ser pauta de discussão, mas ainda não foram registradas no Banco de teses da Capes. Mesmo nesse contexto, há escassez de produções nesta área.

Por esse motivo, sustentamos que há a necessidade de cogitar a Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, principalmente em duas dimensões indissociáveis: o repensar sobre a atuação docente em Matemática em sala de aula, uma vez que a Modelagem se apresenta como algo novo aos pedagogos; e o refletir sobre ações inovadoras no campo da Matemática.

Luna, Souza e Santiago (2009) buscam compreender como os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental podem analisar de forma crítica o papel dos modelos matemáticos em debates sociais por meio da Modelagem Matemática. Os participantes da investigação foram uma professora e 17 (dezessete) alunos, entre 9 (nove) e 11 (onze) anos de idade, que cursavam o quinto ano do Ensino Fundamental em uma instituição de ensino em Feira de Santana, no interior da Bahia. Elas procuraram destacar, em seu artigo, um olhar sobre a Matemática realizado por meio da observação de um estudo cuja temática era a construção de cisternas no semiárido baiano. No projeto, as crianças puderam analisar os aspectos sociais, econômicos, higiênicos, entre outros, que devem ser considerados para estipular matematicamente a capacidade de água que uma cisterna deve acumular para suprir as necessidades das famílias a serem beneficiadas.

As autoras destacam a importância da modelagem dentro da educação matemática e buscam embasamento em Barbosa (2003), Biembengut e Hein (2003) e Burak (2010), que destacam a importância de fazer o uso da Modelagem no contexto escolar, pois essas atividades permitem a investigação sobre a situação-problema, a interação dos alunos entre si e o professor, os conceitos matemáticos abordados, a interpretação e análise dos alunos sobre a temática, a reflexão sobre a presença da Matemática na sociedade, entre outros.

Luna, Souza e Santiago (2009) apontam, ainda, que, no contexto das pesquisas brasileiras, é possível constatar o crescimento de publicações no nível da Educação Básica, em particular, nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. No entanto, em relação aos anos iniciais, tanto publicações nacionais como internacionais ainda são inexpressivas. Mostram também que essas pesquisas sobre Modelagem, neste nível de ensino, não exploram a potencialidade do uso da Modelagem no que se refere à crítica sobre o papel da matemática na sociedade.

A atividade proposta pela professora, nessa pesquisa, iniciou-se com questionamentos aos alunos sobre o conhecimento que eles possuíam a respeito da construção de cisternas no semiárido e quanto ao posicionamento deles com relação a isso. A partir daí, foram desenvolvidos momentos de discussão, de questionamentos por parte dos alunos e, principalmente, de investigações sobre esse tema. As crianças foram capazes de analisar, criticamente, a presença dos modelos matemáticos na sociedade, compreendendo os seus múltiplos vieses. A capacidade de água da cisterna, por exemplo, não foi analisada apenas em termos matemáticos, mas de modo a relacionar as questões sociais que envolvem os cálculos dessa capacidade, como a quantidade de pessoas nas famílias a serem beneficiadas, o tempo médio de duração do período de seca, a finalidade do uso da água pelas famílias (doméstico e/ou plantação), a garantia de hábitos de higiene e outros.

A tematização dessas questões na sala de aula permitiu que as crianças construíssem relações entre a Matemática e a Sociedade, por meio da análise do papel dos modelos matemáticos nos debates sociais, ainda que não explicitamente nominados para as crianças pela professora.

Dessa forma, as autoras entendem que é na escola que os alunos podem analisar criticamente a presença da matemática nos argumentos e debates sociais, para então discuti-los e perceber quais conteúdos matemáticos estão presentes nesses argumentos e quais variáveis sociais estão em pauta, sendo, assim, capazes de propor soluções matemáticas relacionadas às mais diversas questões que envolvam a situação-problema.

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Almeida e Vertuan (2010) apresentam algumas reflexões sobre a contribuição para a aprendizagem dos alunos envolvidos em atividades de Modelagem Matemática, tendo em vista a perspectiva educacional e a perspectiva cognitivista para a Modelagem. De acordo com o entendimento dos autores sobre a aprendizagem dos conteúdos matemáticos que emergem das atividades de Modelagem, tais assuntos devem estar pautados em pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003).

Segundo os autores, o que os alunos fazem das representações semióticas dos objetos matemáticos é determinante para a compreensão dos conceitos matemáticos. A pesquisa foi desenvolvida com alunos do 1º semestre de um curso de Licenciatura em Matemática, sendo propostas a eles atividades de Modelagem Matemática que tivessem como interesse apresentar algumas reflexões a respeito das contribuições para a aprendizagem dos alunos advindas de seu envolvimento com o projeto quanto às perspectivas educacionais didática, conceitual e cognitivista.

A atividade desenvolvida foi a dinâmica da nupcialidade, realizada com 10 alunos, tendo início com a leitura de um artigo de uma revista que abordava questões de relacionamentos entre duas pessoas, sendo o interesse do professor abordar o estudo de continuidade de funções e tratar das relações entre continuidade e diferenciabilidade. O professor envolveu os alunos com a resolução de problemas não essencialmente matemáticos na sala de aula e, no desenvolvimento da atividade, várias foram as informações trabalhadas, as hipóteses consideradas e as representações usadas; no processo, textos, tabelas e gráficos foram representações

que os alunos precisaram associar de forma adequada. Com tal pesquisa, os autores concluíram que a Modelagem Matemática é uma forma de viabilizar o desenvolvimento cognitivo mais amplo.

Quando se pensa em perspectivas que podem subsidiar as atividades de modelagem matemática na sala de aula, o que se percebe é que tal prática viabiliza a coordenação entre diferentes registros de representação semiótica muito menos por orientação do professor do que pela necessidade, visto que a resolução do problema e suas interpretações advêm, em grande medida, das características do conceito matemático associado a cada registro.

A análise da atividade permitiu aos autores inferir que as perspectivas educacional e cognitivista, conjuntamente vislumbradas na sala de aula e associadas à coordenação de diferentes registros de representação, trazem contribuições para a aprendizagem dos alunos em relação aos objetos matemáticos que emergem das atividades de modelagem.

Vertuan (2007), em sua dissertação, encaminha-se no sentido de identificar os diferentes registros de representação semiótica utilizados pelos alunos em atividades de Modelagem Matemática. Com essa finalidade, investiga as seguintes questões: as atividades de Modelagem, que têm por objetivo o estudo de um objeto matemático, dão lugar à exploração de diferentes registros de representação semiótica? Essas atividades viabilizam o tratamento e a conversão desses registros? Provocam a coordenação entre os diferentes registros?

Para o desenvolvimento dessa pesquisa, o autor organizou um “curso de Modelagem Matemática”, no qual alunos do 1º ano do Curso de Licenciatura em Matemática, que cursavam a disciplina de Cálculo e Geometria Analítica I pela primeira vez, envolveram-se com um conjunto de atividades de Modelagem, a partir das quais propuseram discussões com ênfase no objeto matemático “derivada”. Em termos gerais, foi verificado, de fato, que as atividades de Modelagem Matemática viabilizam a utilização e exploração de diferentes registros de representação semiótica bem como os processos de tratamento, de conversão e de coordenação entre registros.

Esses processos se tornaram mais frequentes e mais intensos no decorrer do envolvimento dos alunos com as atividades de Modelagem e por meio das interpretações que proporcionavam, isso porque a compreensão do objeto matemático presente na Modelagem e, consequentemente, da situação não matemática estudada foi se consolidando.

Nesse sentido, entendemos que a interação Modelagem Matemática e Registros de Representação Semiótica contribui para a aprendizagem de conceitos matemáticos e, por conseguinte, para a discussão de situações da realidade. Assim, o autor considera importante realizar conversões e coordenações para a aprendizagem em matemática. No entanto, ressalta que essas transformações, de modo geral, não acontecem espontaneamente. Este trabalho apresenta a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica que possibilita a realização dessas mudanças.

Em sua dissertação de mestrado, Rosa (2009) investiga os Registros de Representação Semiótica, em particular, o fenômeno de congruência em conversões realizadas por estudantes entre registros associados aos objetos matemáticos que emergem no âmbito das aulas de matemática no Ensino Médio. Para tanto, envolveu os estudantes em situações ricas em registros, de forma a propiciar a eles possibilidades de realização de conversões. A autora assume o entendimento de Modelagem Matemática como sendo uma alternativa pedagógica na qual se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático.

Levando em consideração que atividades de Modelagem Matemática são ricas em registros, a pesquisa se encaminha no sentido de analisar o fenômeno de congruência nas conversões entre registros realizadas por estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Na problemática de sua dissertação, a autora considera que ao se envolver com atividades de Modelagem Matemática o estudante tem a oportunidade de ter acesso e fazer uso de diferentes registros de representação semiótica associados a um objeto matemático, investigando as seguintes questões: Como os estudantes lidam com as conversões entre diferentes registros de representação que emergem em atividades de Modelagem Matemática? O fenômeno de congruência influencia na realização das conversões entre os registros pelos estudantes?

Para investigar a problemática apresentada, planejou e desenvolveu uma proposta de ensino por meio de atividades de Modelagem Matemática em duas fases, sendo a primeira posta em prática de maio a setembro de 2008 e a segunda, em maio de 2009. O projeto foi aplicado para estudantes de um colégio público de Sarandi-PR, os quais, na primeira, fase cursavam o primeiro ano do Ensino Médio e, na segunda, o segundo ano do Ensino Médio.

Chegando ao fim da pesquisa, a autora sugere algumas possibilidades de novos estudos que podem ser realizados e que se vislumbram em função do que realizou. Com relação à Modelagem Matemática e à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, futuras pesquisas poderiam ser focadas em investigar os registros de representação de estudantes em estágios diferentes, por exemplo, com estudantes do Ensino Fundamental e, após, com estudantes do Ensino Médio. Tal observação possibilitaria relacionar as conversões realizadas por eles em estágios diferentes de formação, esperando que essa reflexão sobre o uso da Modelagem Matemática e dos Registros de Representação Semiótica possa representar um estímulo ao uso de atividades, em sala de aula, que ao mesmo tempo em que demandam o uso de diferentes registros, viabilizam a relação constante entre si.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

A Matemática está presente em diversas situações do cotidiano, entre elas, em atividades do campo econômico, político e social. Em contrapartida, no contexto educacional pouco se tem explorado acerca da importância do uso da matemática aprendida nas escolas em situações do dia-a-dia (SKOVSMOSE, 2007).

Este sistema foi designado por Freire (2011) como “educação bancária”, uma crítica à abordagem tradicionalista que almejava transformar o aluno em um ser passivo, um depósito de informações escolhidas e elaboradas por outros indivíduos

Tal postura desacorda com as competências gerais propostas pela BNCC (2017, p. 9) na disciplina de matemática, que destaca que os alunos devem ser capazes de:

> “argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta; compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva”.

Ao estabelecer um quadro referencial para a Educação Matemática, Skovsmose (2001) identifica três vertentes didático-pedagógicas predominantes: estruturalismo, pragmatismo e orientação-ao-processo. No estruturalismo, o conhecimento dos estudantes deve ser construído a partir de estruturas e conteúdo definidos independentemente dos alunos. Com relação à Matemática, sua estrutura conceitual constitui o currículo que é linearmente repassado aos alunos.

Por outro lado, no pragmatismo, entende-se que a essência da Matemática está em suas aplicações; portanto, fora das estruturas matemáticas, sendo uma vertente orientada a problemas.

Por fim, na orientação-ao-processo, a essência da Matemática está nos processos de pensamento, na capacidade da reinvenção. Compreendendo a Matemática como uma atividade humana, valoriza os processos de pensamento que conduzem aos conceitos matemáticos e considera que nenhuma das três vertentes se aproxima da Educação Crítica (EC).

Skovsmose (2001) considera Educação Crítica como aquela que não reproduz passivamente as relações sociais existentes, questionando as relações de poder, desempenhando um papel ativo na identificação e combate das disparidades sociais e defende uma maior aproximação entre Educação Crítica e Educação Matemática. Assim, quando se fala de matemática crítica, não se faz referência a outro ramo da matemática, mas sim a uma forma mais ampla e completa no desenvolvimento de seu ensino. Trata-se da matemática, mas que cujos conceitos sejam voltados para questões sociais, políticas e econômicas.

Sobre a Educação Matemática Crítica, Skvosmose (2007, p.176) afirma:

> Eu estou interessado no possível papel da educação matemática como um porteiro, responsável pela entrada de pessoas, e como ela estratifica as pessoas. Eu estou preocupado com todo discurso que possa tentar eliminar os aspectos sociopolíticos da educação matemática e definir obstáculos de aprendizagem, politicamente determinados, como falhas pessoais. Eu estou preocupado a respeito de como o racismo, sexismo, elitismo poderiam operar na educação matemática. Eu estou preocupado com a relação entre a educação matemática e a democracia (SKOVSMOSE, 2007, p.176).

A Educação Matemática Crítica de acordo com Skvosmose (2007) não pode ser entendida como um ramo especial da educação matemática, ou identificada como metodologia de sala de aula e tampouco pode ser constituída por currículo especial, ao contrário, a educação matemática crítica tem que ser vista como definida em termos de algumas preocupações emergentes da natureza crítica da educação matemática.

Segundo Skovsmose (2007) a Educação Matemática Crítica está relacionada aos possíveis papéis e/ou competências que a Educação Matemática poderia desempenhar junto a contextos sociopolíticos, considerando tanto as necessidades básicas quanto as superiores de uma Educação que pode se tornar estratificadora, seletiva, determinadora e legitimadora de inclusões ou exclusões, de acordo com os objetivos que se almejam alcançar.

As situações supracitadas podem implicar no empobrecimento do processo de aprendizagem e, no particular, da aprendizagem matemática, uma vez que, para a Educação Matemática Crítica não basta ensinar Matemática aos indivíduos, mas desenvolver cidadãos críticos que não apenas se vejam afetados pelo processo político, mas que sejam igualmente participantes desse processo (SKOVSMOSE, 2007).

Sá e Paiva (2011), citando Skvosmose (2007), afirmam que Matemática pode apresentar informações que refletem questões significativas na (e da) sociedade e que na maioria das vezes não são aproveitadas pelo professor. Skovsmose (2007) afirma a importância de perceber, por exemplo, as questões econômicas por trás das fórmulas matemáticas. Essa forma de compreender o valor da Matemática na sociedade chama a atenção para o fato de que os problemas matemáticos devem ter significado para o aluno, necessitam estar ancorados nas práticas sociais, articulados a dimensões da cultura individual e social.

O autor usa o termo Materacia[2] para falar da competência de interagir e agir em situações sociais e políticas estruturadas pela Matemática. Desenvolver essa Materacia, similar à literacia estabelecida por Paulo Freire, é o objetivo da Educação Matemática Crítica, que vem conseguindo resultados promissores mediante o emprego de trabalhos com projetos (modelagem educacional) e atividades

[2] Skovsmose utiliza o termo materacia (2014, p. 105), apoiado nos trabalhos de Paulo Freire, como a competência de lidar com noções matemáticas, aplicá-las em diferentes contextos e refletir sobre elas. Materacia diz respeito não apenas à capacidade de calcular e usar técnicas matemáticas, mas a uma competência, associada à reflexão, para atuar num mundo fortemente estruturado por modelos matemáticos.

investigativas. Tal competência configura um dos pressupostos da Educação Matemática Crítica relacionado não apenas às habilidades matemáticas do indivíduo, mas também à sua capacidade de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática.

Sá e Paiva (2011) destacam que a busca de conhecimentos, numa visão crítica, é necessária porque, do contrário, as pessoas podem até aprender e se sentirem bem, mas, provavelmente, não serão capazes de usar esse conhecimento na solução de seus problemas e na transformação da sociedade. Uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Por isso, não é de admirar que, em Matemática, exista uma relação estreita entre problemas e investigações. (PONTES, 2003, p. 3 *apud* SÁ; PAIVA, 2011, p. 2)

Tendo como objetivo alcançar a leitura crítica do mundo, é necessário partir da realidade cultural do aprendiz, dos interesses demonstrados por ele e os que nortearão a construção do conhecimento matemático que lhe é proposto, visando o desenvolvimento de uma consciência reflexiva. De acordo com Freire (2011), enquanto na concepção bancária o educador “enche” os educandos de falso saber, que são os conteúdos impostos, na prática problematizadora, os alunos aprimoram o seu poder de captação e de compreensão do mundo que lhes aparece, em suas relações com ele, não mais como uma realidade estática, mas como uma em transformação, em processo.

Essa capacidade de interpretar e agir numa situação social e política, estruturada na matemática, Skovsmose (2001) chama de conhecimento reflexivo. Segundo ele, esse conhecimento é como uma lente a ampliar e refinar a visão e desempenha um papel importante no desenvolvimento da compreensão que ajuda a entender a visão de mundo, possibilitando ao indivíduo “enxergar-se” em seu contexto social. Ressalta ainda a importância do conhecimento reflexivo como passaporte necessário para a interpretação e discussão dos modelos matemáticos que, em plena atividade na sociedade, estão influenciando decisões e atitudes.

Segundo Almeida et al. (2011) tais modelos são constituídos pela interação entre os conhecimentos matemático e tecnológico, que por si só são míopes, isto é, incapazes

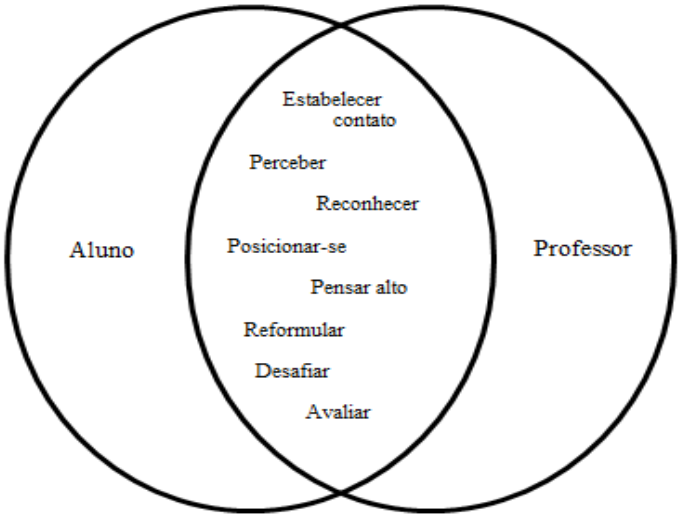
de prever os efeitos sociais e políticos da implantação de um determinado modelo. Assim, se o objetivo é uma abordagem crítica que discuta a natureza de um modelo, suas implicações sociais e a otimização de habilidades para avaliar o uso desse modelo, uma forma de fazê-lo é por meio do conhecimento reflexivo. Esse tem potencial para suscitar interpretações para os modelos em relação às situações a que estão associados e pode orientar como agir numa situação estruturada pela matemática.

3.2 O MODELO DE COOPERAÇÃO INVESTIGATIVA: O MODELO CI

De acordo com Alro e Skvosmose (2010) existem dois elementos básicos que não podem ser ignorados durante uma atividade de investigação. Um processo investigativo não pode ser uma atividade compulsória, ela pressupõe o envolvimento dos participantes. Além disso, deve ser um processo aberto. Resultados e conclusões não podem ser determinados de antemão. Desse modo os autores caracterizam que “aprendizagem como ação” e “aprendizagem como investigação” combinam muito bem.

Ainda segundo os autores, os alunos devem ser convidados para um cenário de investigação, a fim de se tornarem condutores e participantes ativos do processo de investigação. A noção de convite é importante. Um convite pode ser aceito ou não, ele não é uma ordem. Esse processo é denominado por Alro e Skvosmose (2010) de modelo de cooperação investigativa, ou modelo-CI (figura 1), o qual é constituído por atos de comunicação entre professor e alunos, que podem favorecer a aprendizagem de maneira peculiar.

Figura 1 – O modelo de Cooperação Investigativa



Fonte: Alro e Skvosmose (2010, p.69)

Alro e Skvovsmose (2010) afirmam que uma das características básicas previstas no modelo-CI é a escuta ativa. Ela é chamada ativa porque o ouvinte tem a responsabilidade bem definida. Ela não absorve passivamente as palavras. Escuta ativa significa fazer perguntas e dar apoio não verbal ao mesmo tempo em que tenta descobrir o que se passa com o outro. Escuta ativa significa que professor e alunos ***estabeleceram contato***. O termo estabelecer contato quer dizer mais do que o professor simplesmente chamar a atenção, significa sintonizar um no outro para começar a cooperação.

Após estabelecer uma atenção mútua, o professor pode ***perceber*** a perspectiva do aluno, examinando, por exemplo, como ele entende certo problema. Evidencia-se que esse entendimento pode se dar de diferentes formas. Talvez seja difícil para o aluno expressar sua ideia matematicamente, ou expressar a perspectiva que ele quer estabelecer para o problema. A atuação do professor pode ocorrer através de facilitar esse processo, fazendo perguntas com uma postura investigativa, tentando descobrir a forma que o aluno interpreta o problema.

Quando o aluno se torna apto a expressar-se em sua própria perspectiva, então ela pode ser ***reconhecida*** em termos matemáticos, não somente pelo professor, mas também pelo aluno, para que assim o processo de reconhecimento forneça recursos

para investigações posteriores. Naturalmente, a situação pode ter o efeito inverso, no qual os alunos tentam reconhecer a perspectiva do professor.

Posicionar-se significa levantar ideias e pontos de vista não como verdades absolutas, mas como algo que pode ser examinado. Um exame pode levar a reconsideração das perspectivas ou a novas investigações. Defender posições significa propor argumentos em favor de um ponto de vista, mas não a ponto de bater pé firme a qualquer custo.

Podem-se defender posições ***pensando alto***. Muitas perspectivas podem vir a se tornar conhecidas de todos quando se pensa alto, já que ganham visibilidade na parte mais tangível da comunicação. O professor pode ajudar a esclarecer perspectivas dos alunos ao reformulá-las.

Também, ao ***reformular*** as perspectivas, pode-se ter certeza do que se entendeu do que os alunos dizem. Dessa forma esclarece-se tanto a perspectiva do professor quanto a do aluno afim de que não haja mal-entendidos. Esclarecer perspectivas é uma precondição para que se possa ***desafiar*** de forma qualificada.

O professor pode fazer o papel de oponente tanto quanto o de parceiro. O importante é que saiba exercer os dois a ponto de reforçar a autoconfiança do aluno. O desafio deve estar à altura do aluno, nem mais nem menos, e o professor também deve estar preparado para ser desafiado. Fazer desafios pode acontecer em ambas as decisões. (ALRO; SKVOSMOSE, 2010, p.71).

Ainda sobre o Modelo CI, os autores Alro e Skovsmse (2010) afirmam que ***avaliar*** as perspectivas do professor e do aluno faz parte do processo investigativo. Vários são os posicionamentos e questionamentos que podem surgir, e mal-entendidos ou outras discrepâncias podem acontecer abertamente na comunicação professor-aluno. Questões como “está certo” ou “errado” não pode prevalecer no processo de investigação. Nessa base, aluno e professor podem avaliar suas perspectivas e talvez até discutir o que o aluno aprendeu ao receber e responder desafios.

Assim, o Modelo CI comporta diversos atos de comunicação, que favorecem um padrão de cooperação entre professor e alunos, no qual as perspectivas dos alunos desempenham um papel essencial. Eles não podem ser obrigados a participar e a colaborar. A cooperação investigativa envolve ações que descrevemos em termos de atos de comunicação. A viabilidade de realização de atos como esses depende do grau de incorporação das perspectivas dos alunos no processo (ALRO; SKVOSMOSE, 2010, p.72).

Também conforme os autores, examinar as perspectivas dos alunos em uma aula de matemática é considerado um importante fator de aprendizagem. Segundo eles, isso não só pode auxiliar o professor a conhecer o modo de pensar de seus alunos, mas também trazer ao aluno consciência de sua ação em sala de aula. Portanto, um dos pontos mais importantes é considerar as perspectivas dos alunos e não a explanação do professor. Os atos de comunicação que se desenvolvem no Modelo-CI trazem os alunos e suas perspectivas para o centro do processo educativo, onde novos instrumentos de aprendizagem passam a estar disponíveis, e novas qualidades de aprendizagem tornam possíveis.

Não é uma tarefa simples realizar uma cooperação investigativa. No entanto, abandonar o paradigma do exercício para adotar os cenários de investigação pode fazer com que os padrões de comunicação como os previstos no Modelo-CI sejam uma realidade em sala de aula. É um passo muito importante, pois conduz a novos paradigmas que buscam novos caminhos para a aprendizagem e a uma possível superação das dificuldades apresentadas no ensino da matemática.

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática vem ganhando espaço entre os educadores brasileiros, mostrando-se uma alternativa exitosa para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. De acordo com Biembengut (2009), a Modelagem Matemática na educação brasileira tem como referência singular pessoas fundamentais no impulso e na consolidação da modelagem na Educação Matemática, tais como Aristides C. Barreto, Ubiratan D’ Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, os quais iniciaram um movimento pela

modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980 conquistando adeptos por todo o Brasil.

Graças a esses precursores e às discussões sobre como se faz um modelo matemático e como se ensina matemática ao mesmo tempo pôde emergir a linha de pesquisa de modelagem matemática no ensino brasileiro. Percebe-se que a procura de possíveis soluções para uma aprendizagem mais eficiente e eficaz na educação matemática vem acontecendo há certo tempo e que estudiosos têm apresentado resultados significativos em suas pesquisas no que se refere a essa tendência atual que é a modelagem matemática.

Kaiser (2004) considera que o envolvimento com Modelagem Matemática pode contribuir para que estudantes tenham uma visão mais ampla dos problemas matemáticos e passem a considerar a possibilidade de diferentes formas de resolução para um problema.

No âmbito internacional, existem diferentes perspectivas para abordar Modelagem de um ponto de vista teórico. Kaiser e Sriraman (2006) realizaram uma revisão de literatura e sistematizaram cinco perspectivas para Modelagem Matemática. Essas perspectivas evidenciam diferentes aspectos quanto ao objetivo central com que a atividade de Modelagem é desenvolvida em contextos educativos. Elas são caracterizadas por apresentarem similaridades e diferentes abordagens. São elas:

- Perspectiva realística: considera situações-problema autênticas retiradas da indústria ou da ciência, com o objetivo de desenvolver habilidades de resolução de problemas aplicados;
- Perspectiva epistemológica: considera situações-problema que são estruturadas para gerar o desenvolvimento de conceitos matemáticos;
- Perspectiva educacional: integra situações-problema autênticas nas aulas de matemática com o objetivo de desenvolver os conteúdos matemáticos curriculares;
- Perspectiva sociocrítica: considera situações-problema que propiciem a análise dos modelos matemáticos e seu papel na sociedade;

- Perspectiva contextual: considera a inclusão de situações-problemas nas aulas de matemática com a finalidade de contextualizar ou mostrar aplicações dos conteúdos matemáticos levando em conta principalmente questões motivacionais;

Assim, de acordo com Rosa (2009), uma atividade de Modelagem pode contemplar mais de uma perspectiva. Por exemplo, ao desenvolvermos uma atividade de Modelagem em uma aula de Matemática, podemos ter como objetivo principal ensinar um determinado conteúdo curricular de Matemática (perspectiva educacional), mas, no decorrer do desenvolvimento, podem surgir discussões sobre o tema e suas implicações na sociedade (perspectiva sociocrítica), ou debates que motivem o estudo de algum conteúdo escolar não previsto inicialmente (perspectiva contextual).

3.3.1 A Perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática

Para Barbosa (2003), a modelagem sob a perspectiva sociocrítica pretende o desenvolvimento do senso crítico questionando a legitimidade, a veracidade e a confiabilidade dos resultados matemáticos. Ela potencializa a participação social dos indivíduos em decisões coletivas. Contemplar elementos da educação matemática crítica por meio da modelagem matemática é uma condição necessária e de acordo com Barbosa (2003), se o interesse é construir uma sociedade democrática, em que as pessoas possam participar de sua condução e, assim, exercer cidadania, entendida aqui genericamente como inclusão nas discussões públicas, devemos reconhecer a necessidade de as pessoas se sentirem capazes de intervir em debates baseados em matemática.

Barbosa (2003) argumenta sobre a importância de as pessoas utilizarem a Matemática como forma de intervenção em discussões, possibilitando refletir sobre a presença da Matemática na sociedade. Com isso em mente, ao se organizar uma atividade de Modelagem, o autor propõe que os alunos sejam levados a analisar o papel da Matemática nas práticas sociais, ressaltando a importância da negociação entre professor e aluno na condução da atividade, interpretando os modelos

matemáticos[3] de acordo com a realidade. Nesse sentido, a organização ou a forma de conduzir uma atividade de Modelagem está relacionada com os objetivos que se quer atingir.

Jacobini e Wodewotzki (2007) argumentam que é possível fazer os alunos olharem para a Matemática e para a realidade social ao mesmo tempo, por meio de um trabalho investigativo, oportunizando a convivência com conteúdo prático, que sejam úteis e tenham significado. O interesse está em contribuir na formação da cidadania dos alunos:

> [...] interessamo-nos igualmente por reflexões que decorrem do compartilhamento do conhecimento resultante do processo de aprendizagem baseado na Modelagem, em algum contexto (social, político, econômico, educacional, da escola, da própria sala de aula etc.) que tenha alguma relação com os atores envolvidos e que possa, de alguma forma, contribuir para a formação da sua cidadania (JACOBINI; WODEWOTZKI, 2007, p. 3 - 4).

Ainda para Jacobini e Wodewotzki (2007), uma atividade de Modelagem na perspectiva sociocrítica se caracteriza pela democracia na sala de aula, por considerar os interesses dos alunos e por entender que professor e aluno assumem o papel de participantes na aprendizagem. Araújo (2009) propõe ainda que se utilize a matemática, nas atividades de Modelagem, como suporte para discussões sobre a realidade e que essas, em sala de aula, sejam problematizadas para o contexto social. Isso para promover a atuação crítica dos alunos na sociedade, sem visar apenas à instrumentalização matemática, mas à emancipação dos alunos como cidadãos.

Barbosa (2009) afirma que é necessário que os alunos compartilhem e discutam opiniões e estratégias. Os alunos não devem ser guiados sobre como fazer, mas podem tentar produzir os próprios caminhos. Podem levantar hipóteses, coletar dados, organizá-los, estruturá-los etc., mas sem serem conduzidos por esquemas prévios ou pelo professor. Em outras palavras, a situação-problema deve ser um problema para os alunos, nesse contexto, o professor pode propor-lhes questões.

---

[3] Modelo Matemático são aqueles que empregam símbolos matemáticos, sejam tabelas, gráficos, equações, inequações, etc., ou em outras palavras, empregam conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos (BARBOSA, 2009, p.70-71).

De acordo com Barbosa (2004), a literatura tem apresentado experiências de Modelagem que variam quanto à extensão e às tarefas que cabem ao professor e ao aluno, permitindo assim uma região de possibilidades que ele chama de “casos” (quadro 1), os quais denotam a responsabilidade do professor sobre a condução das atividades e compartilhamento da responsabilidade com os alunos.

Quadro 1 – Organização da atividade de Modelagem conforme o grau de autonomia dos alunos no processo

	Caso 1	**Caso 2**	**Caso 3**
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001, p. 09)

Observa-se que, no primeiro caso, o professor apresenta a situação-problema e todos os dados do problema, cabendo aos alunos apenas a sua resolução. Em relação ao segundo caso, o professor apenas leva para a sala de aula o problema, que retrata uma realidade inserida em outra área do conhecimento, competindo aos alunos procurar os dados, quantificá-los e qualificá-los de modo a encontrar possíveis soluções ao problema inicialmente proposto. Por fim, no terceiro caso, os temas investigados, as informações que serão coletadas e simplificadas e sua resolução serão de competência dos estudantes, que detêm a responsabilidade por todas as etapas da atividade (BARBOSA, 2004, p. 09).

Vale ressaltar que quando o professor escolhe adotar uma metodologia de ensino diferenciada, tal ação pode causar, no início, alguma insegurança, pois a ruptura com a forma tradicional de se ensinar matemática significa sair da zona de conforto, de segurança, de seguir o livro didático com respostas prontas dos exercícios propostos. Burak (1992) acompanhou professores durante um programa de formação e posteriormente quando estes utilizaram Modelagem Matemática em suas salas de aulas, as conclusões apontam que, para os professores, a Modelagem Matemática confere maior significado às atividades escolares, propicia envolvimento dos alunos,

promove melhor relacionamento e influi positivamente no desempenho escolar. Mas, por outro lado, sublinhavam sua insegurança em continuar utilizando Modelagem em suas aulas pela reação de outros atores da escola (os colegas de trabalho, os diretores, os pais, os alunos etc.).

Os professores verbalizam seu próprio despreparo para desenvolver atividades desta natureza e assinalaram que a continuidade da aplicação da Modelagem Matemática é a forma adequada de adquirir experiência, segurança e confiança

A prática da utilização da Modelagem Matemática nos anos iniciais pode apresentar resultados promissores quanto à aprendizagem da matemática, uma vez que a faixa etária desses alunos apresenta algumas peculiaridades, como a inserção da criança no mundo do letramento, descobrindo culturas e alargando relações pessoais, além de relacionar suas aprendizagens com sua capacidade imaginativa e a necessidade de brincar e usar diferentes linguagens (BRASIL, 2010).

Podemos interpretar, dessa forma, que os fundamentos da Modelagem Matemática podem se aproximar de uma perspectiva humanizadora e emancipadora, contrariando ideias bancárias e se aproximando das leituras de Paulo Freire (2011). Dentro dessa perspectiva, a criança aparece como um sujeito em construção, que aprende diariamente e constrói seus saberes, conhecimentos e valores.

3.4 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval aborda as dificuldades que os alunos apresentam na disciplina de matemática, qual a natureza delas e onde elas se encontram. Para que tais questões sejam respondidas, Duval (2008) não se restringe ao campo da matemática ou à sua história, mas afirma ser necessária uma abordagem cognitiva para analisar tais dificuldades. O objetivo dessa abordagem consiste em “[...] descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino” (DUVAL, 2008, p.12).

Duval (2008) destaca que, comumente, as análises do que consiste a compreensão em matemática e a procura da razão dos bloqueios que muitos alunos experimentam evidenciam os conceitos matemáticos e suas abordagens epistemológicas, porém, esses entendimentos não são suficientes para caracterizar a originalidade e a especificidade do funcionamento do pensamento em matemática se comparado a outros domínios do conhecimento científico, como a Biologia, a Astronomia etc. Nesse aspecto, a diferença entre a atividade cognitiva requerida pela matemática e aquela requerida em outros domínios do conhecimento não pode ser procurada nos conceitos. O autor faz referência ao desenvolvimento da matemática pelos tempos e as diferentes formas de representação semiótica, há ainda o fato de que os objetos matemáticos, a começar pelos números, não são diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumento e, destaca a grande variedade de representações matemáticas que são utilizadas nessa área de conhecimento e ainda destaca que além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural.

Em sua teoria, Duval (2003) salienta que um ponto estratégico para a compreensão da matemática é a distinção entre o objeto matemático e a representação que o torna acessível. As representações são essenciais para o estudo dos fenômenos relacionados ao conhecimento. Podemos dizer que representar é uma forma de "codificar" a informação. A representação exprime ideias, de modo que podemos dizer que se representa para tornar algo presente. Os objetos matemáticos, podem ser definidos como ideias, conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, nas quais o acesso só se torna possível por meio de representações semióticas. Duval (2009) introduz o termo "registros de representação semiótica" para designar os diferentes tipos de representação semiótica para o objeto matemático. Podemos falar em registro na língua natural, registro numérico, registro figural. Cada registro é heterogêneo, possuindo s próprios elementos cognitivos para o seu funcionamento.

"Uma escritura, uma notação, um símbolo, um número, uma função, um vetor representam um objeto matemático" (p.37). Dessa forma, se o aluno confunde o objeto matemático com a representação que se faz dele, isso acarreta, ao longo do tempo, uma perda de compreensão e os conhecimentos que são adquiridos tornam-se

inutilizáveis no processo de aprendizagem, seja porque o aluno não lembra, seja porque esses conhecimentos permanecem inertes e não sugerem nenhum tipo de tratamento (DUVAL, 2003, p.37).

Para Damm (2008), toda comunicação matemática é feita por meio de representação. Assim, “[...] não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa sem o auxílio de uma representação” (DAMM, 2008, p. 137). O que se ensina são as várias representações de um objeto matemático que não é perceptível, isto é, não é acessível sensorialmente ou tampouco instrumentalizado com aparelhos como o microscópio, balanças, como ocorre em outras áreas do conhecimento científico. Sua apreensão se dá obrigatoriamente por meio de representações.

> Neste caso as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos são bastante significativas, pois permitem a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático. Por exemplo, a função pode ser representada através da expressão algébrica, tabelas e/ou gráficos que são diferentes registros de representação (DAMM, p. 137).

Duval (2009) destaca que o acesso aos objetos matemáticos só ocorre por meio de suas representações, pois não se pode estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação, “as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática”. Sendo assim, o autor considera que as representações podem ser mentais, internas ou computacionais e semióticas, a saber:

- As mentais consistem num conjunto de imagens e concepções que uma pessoa pode ter sobre um objeto ou sobre uma situação;
- As computacionais são caracterizadas pela execução automática de uma tarefa, a fim de produzir uma resposta adaptada à situação;
- As representações semióticas, por sua vez, são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm dificuldades próprias de significado e funcionamento (DUVAL, 2009, p. 30-31).

É importante destacar que as representações semióticas desempenham um papel fundamental na construção do pensamento matemático. Duval (2003) ressalta que observando a história do desenvolvimento da Matemática fica evidente o desenvolvimento das representações semióticas que é condição essencial para a evolução do pensamento matemático (p.13).

Na matemática, existe uma vasta quantidade de representações semióticas e Duval (2008) as agrupa em quatro grandes registros: a língua natural, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e as figuras geométricas. O quadro abaixo tem a função de identificar esses diferentes tipos de registros:

Quadro 2 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	**REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA**
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS	➢ **Língua Natural** Associações verbais (conceituais) Formas de raciocinar: • Argumentação a partir de observações, de crenças...; • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas;	➢ **Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3)** • Apreensão operatória e não somente perceptiva; • Construção com instrumentos;
REGISTROS MONOFUNCIONAIS	➢ **Sistemas de escritas** • Numéricas (binária, decimal, fracionária...); • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais); • Cálculo**;**	➢ **Gráficos cartesianos** • Mudanças de sistema de coordenadas; • Interpolação, extrapolação**;**

Fonte: Duval (2008, p.14)

De acordo com Duval (2013), a mudança de representação de um objeto de um registro a outro pode ser mais ou menos complexa, dependendo da natureza dos registros usados. Neste contexto, o autor classifica os registros de representação em multifuncionais e monofuncionais e suas formas em discursiva e não-discursiva. Os registros monofuncionais possuem tratamentos algoritimizáveis enquanto os multifuncionais não.

O autor continua afirmando que a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação, ou na possibilidade de trocar, a todo o momento, o registro de representação. Nas atividades matemáticas, pode-se representar um mesmo objeto matemático utilizando-se vários registros de representação. No caso do objeto matemático “função do segundo grau”, por exemplo, é possível ter um registro de representação na língua natural (função quadrática), um registro de representação simbólica $f(x) = x^2$, ou ainda, um registro de representação gráfica (o desenho do gráfico da função quadrática $f(x) = x^2$), assim, um dos pontos fundamentais para a aprendizagem e compreensão em matemática, consiste na mobilização e na articulação desses diferentes registros (FLORES; MORETTI, 2008).

Cabe ainda lembrar que durante a resolução de um problema não utilizamos apenas uma representação semiótica para chegar à solução, mas trabalhamos com as representações de modo a encontrar uma resposta para o problema. A esse “trabalhar” com as representações, Duval (2008) dá o nome de transformações. Essas transformações estão separadas em dois tipos: a conversão e o tratamento.

3.4.1 As operações cognitivas: tratamento e conversão

No que se refere à mobilidade simultânea entre os diferentes registros apresentados pelos objetos matemáticos e a possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação, como explanamos no parágrafo anterior, Duval (2003) afirma haver uma diferença chave para analisar a atividade matemática numa perspectiva de aprendizagem e de ensino, não em uma perspectiva de pesquisa por matemáticos.

A partir dessa diversidade de possibilidades de representações dos objetos matemáticos, são apresentados dois tipos de transformações semióticas: o tratamento e a conversão, que são apresentadas como operações cognitivas no processo de apreensão do conhecimento matemático. Ainda segundo Duval (2003), quando se descreve a resolução matemática de um problema e quando se analisa a produção dos alunos, não se toma o cuidado de distinguir os referidos processos.

Ao discutir as transformações de tratamento e conversão, o autor descreve que:

> - Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou representação.
>
> - As conversões são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica (DUVAL, 2008, p.16).

Para um melhor entendimento sobre as transformações, tomo como exemplo a resolução de uma equação na linguagem algébrica.

$$10x - 4 = 4x + 14 \quad \Rightarrow \quad 10x - 4x = 14 + 4 \quad \Rightarrow \quad 6x = 18 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

Resolvendo a equação, realiza-se um tratamento que se refere às operações dentro de um mesmo registro de representação, no caso, o registro algébrico. Duval (1993) ressalta a existência de regras de tratamento próprias para cada registro, em que sua natureza e número variam consideravelmente de um registro a outro: regras de derivação, regras de coerência temática, regras de similaridade, entre outras.

É importante observar que os tratamentos são relacionados à forma e não ao conteúdo do objeto matemático. Como exemplo, pode-se citar a adição dos números racionais no registro numérico, em que podem ser dados dois tratamentos diferentes (decimal e fracionário) para o mesmo objeto matemático.

a) (representação decimal, tratamento decimal): 0,25 + 0,25 = 0,50

b) (representação fracionária, tratamento fracionário) ¼ + ¼ = $\frac{1}{2}$

Nesse caso, apesar de serem destacadas duas representações diferentes envolvendo tratamentos diferentes, a adição dos números racionais permanece no registro numérico. Além disso, os dois registros de representação mostram um nível de complexidade distinto para quem os utiliza.

Nas atividades de Matemática, muitas vezes, o tratamento é a transformação que mais se evidencia nas atividades, uma vez que corresponde a procedimentos de justificação. Segundo Duval (2003), em atividades pedagógicas, professores tentam utilizar o “melhor” registro de representação para que os alunos possam

“compreender” o que está sendo estudado, pois assim conseguem explicar uma ideia referente ao conteúdo.

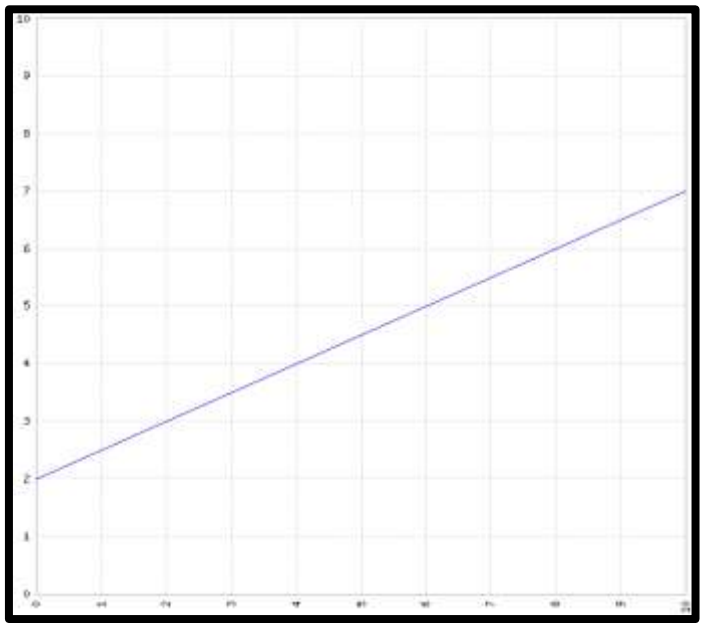
De acordo com Brandt (2005), o tratamento efetuado para certo conceito depende da forma utilizada para representá-lo e não do conteúdo do objeto matemático ao qual esse conceito está vinculado. No que diz respeito à forma, as representações semióticas são importantes por evidenciar a resposta ao conteúdo representado, a possibilidade de uma diversidade das formas de representação para o mesmo conteúdo ou uma mudança das formas de representação por razões de economia de tratamento.

Diferentemente do tratamento no qual as transformações são realizadas internamente, há um registro, na operação cognitiva de conversão, em que elas ocorrem entre registros de representação diferentes. No exemplo abaixo evidenciamos alguns processos de conversão: a primeira acontece do registro em língua natural para o registro algébrico, e a segunda, do registro algébrico para o gráfico, como apresentado em seguida.

1ª Conversão – Língua natural: O preço a pagar por uma corrida de táxi depende da distância percorrida. A tarifa P é composta por duas partes: uma parte fixa, denominada bandeirada e uma parte variável que depende do número d de quilômetros rodados. Suponha que a bandeirada custe R$ 2,00, e o quilômetro rodado, R$ 0,50.

2ª Conversão – Realizando a primeira transformação, tem-se: $y = 2 + 0,5x$

Figura 2 – Exemplo de conversão da linguagem algébrica em linguagem gráfica



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017

A operação cognitiva da conversão envolve diferentes representações semióticas para o mesmo objeto matemático. Ela requer do sujeito o estabelecimento da diferença entre o representante e representado, ou seja, entre forma e conteúdo de uma representação semiótica que está associada à compreensão de que uma representação apenas retrata o objeto, e não o é. De acordo com Duval (2009, p.59), “sem a percepção dessa diferença, a atividade de conversão torna-se impossível ou incompreensível”.

Ele também afirma que do ponto de vista matemático, a conversão não chama a atenção, pois intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais consistentes, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em outros registros. Por outro lado, do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que aparece como a transformação representacional fundamental, aquela que conduz os mecanismos subjacentes à compreensão.

Segundo Almouloud (2007), para compreender em que consiste uma conversão, dois aspectos devem ser observados:

1. Toda conversão tem um sentido a ser considerado. Efetuar a conversão em um sentido não significa que seja possível efetuá-la no sentido inverso. Por essa razão, é necessário sempre indicar qual o registro de partida e o de chegada; caso contrário, haverá risco de abuso de linguagem ou desvio conceitual.

2. Não se deve confundir o conteúdo da representação com o objeto representado, embora o registro permita explicitar ou revelar propriedades do objeto. Converter uma representação é, então, mudar o conteúdo e não somente a forma.

É importante destacar que a conversão não é uma operação simples, para Duval (2003), geralmente ela é descrita como uma associação preestabelecida entre nomes e figuras (como na geometria) ou reduzida à codificação, que é a transcrição de uma representação em outro sistema semiótico diferente daquele em que ela é dada (DAMM, 2008, p.181).

A partir dessa ideia, Duval (2003) afirma que converter uma equação à sua representação gráfica constituiria uma codificação em que seria suficiente aplicar a regra segundo a qual um ponto está associado a um par de números sobre um plano quadriculado por dois eixos. No entanto, para o próprio Duval, tal visão é superficial e enganadora do ponto de vista teórico e da aprendizagem. Para o autor, a regra de codificação permite somente uma leitura pontual das representações gráficas. Ela não permite uma apreensão global e qualitativa que é necessária para extrapolar, interpolar, ou para utilizar gráficos para fins de controle ou de exploração, relacionado aos tratamentos algébricos.

Destaca-se, então, que a dificuldade da aprendizagem em matemática se deve ao fato de que o objeto representado não pode ser identificado com o conteúdo da representação que o torna acessível, mas essa é a condição para o progresso dos conhecimentos dos alunos e é nesse ponto que está um aspecto raramente observado: o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que o objeto representado (DUVAL, 2008, p. 22).

Ainda de acordo com Duval (2008, p. 22), passar de um registro de representação a outro não é somente mudar o modo de tratamento, é também explicar as propriedades

ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Observa-se, então, que duas representações de um mesmo objeto produzidas em dois registros diferentes não têm de forma alguma o mesmo conteúdo.

Com base em Duval (2008), também, podemos inferir que a compreensão matemática está intimamente ligada ao fato de se dispor de ao menos dois registros de representação diferentes. Essa é a única possibilidade que existe para não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado.

Damm (2008) concorda com o autor acima ao dizer que "[...] o que garante a apreensão do objeto matemático, a conceitualização, não é a determinação de representações ou as várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas, sim, a coordenação entre esses vários registros de representação" (p.182). Isso significa que a apreensão conceitual de um objeto matemático acontece na medida em que o sujeito que aprende consegue coordenar os vários registros associados a esse objeto. Estabelecer coordenações entre os diversos registros significa potencializar a apreensão desse objeto matemático.

A coordenação entre registros não é algo que se realiza espontaneamente. Observa-se "[...] em diferentes níveis de aprendizagem, um 'fechamento' de registros de representação junto aos alunos: isso acontece em todas as etapas do currículo" (DAMM, 2008, p. 185). Para a maioria dos alunos, ao longo do seu currículo, mudar de registro e/ou converter uma representação apresentam-se como uma operação difícil e muitas vezes impossível. Em outras palavras, é como se a compreensão de um conteúdo matemático estivesse restrita à forma de representação utilizada.

Segundo Duval (2003, p.21), o "fechamento" de registros

> [...] impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem.

Assim, visto que as dificuldades de aprendizagem em matemática não são, a princípio, as dificuldades particulares a uma ou outra noção, mas são aquelas mais globais que

se encontram em todos os níveis de ensino, em todos os domínios de atividade, o autor propõe uma questão que ele trata como o problema fundamental dos aprendizes: “Como um aluno pode compreender e reconhecer um objeto matemático por meio de múltiplas representações que podem ser feitas em diferentes registros de representação?” (DUVAL, p. 23).

Esse reconhecimento é a condição fundamental para que um aluno possa, por si próprio, transferir ou modificar formulações ou representações de informações durante uma resolução de problema. Essa condição supõe que ele não identifica mais os objetos matemáticos com os conteúdos de certas representações.

A atividade matemática deve ser estudada naquilo que ela tem de diferente do trabalho de um botânico ou de um geólogo no terreno ou de um físico em seu laboratório. A utilização de um modelo comum para a aquisição de todos os conhecimentos, matemáticos e não matemáticos, arrisca ser, portanto, pouco pertinente e pouco operatória para esclarecer os problemas de aprendizagem em matemática. Daí vem a necessidade de interrogar a respeito das condições de uma pesquisa sobre os processos de aprendizagem (DUVAL, 2008, p.39).

É necessário um envolvimento cada vez maior dos alunos com atividades que levem em consideração uma diversidade de registros e a coordenação entre eles. Essa coordenação garante a conceitualização do objeto matemático porque, a partir do momento em que os alunos conseguem relacionar diferentes registros, eles percebem as particularidades de cada sistema semiótico associado ao mesmo objeto matemático (PIROLA, 2012, p.39).

3.5 RELACIONANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Na classificação dada por Kaiser e Sriraman (2006) sobre as perspectivas da Modelagem Matemática, considera-se a ótica sociocrítica como aquela que pondera situações-problema que propiciem a análise de modelos matemáticos e seu papel na sociedade. Esse ponto de vista é defendido por Skovsmose (2001) que insere na

Educação Matemática essa natureza crítica e tem o estudo dos seus conceitos voltados para questões sociais, políticas e econômicas.

O autor considera ainda que em uma atividade de Modelagem Matemática, ocorre uma transição entre linguagens diferentes: a primeira transição é a da linguagem natural para uma linguagem sistemática, que ocorre quando uma situação da realidade é transformada em informações; a segunda é a transição da linguagem sistemática para linguagem matemática, que ocorre quando as informações são transformadas, por meio de hipóteses simplificadas, em um modelo matemático.

Segundo Rosa (2009), a transição de uma linguagem a outra é o que, na teoria de Duval, se constitui uma conversão. Essa transição entre a linguagem natural e a linguagem matemática “torna presente” o problema matemático a ser resolvido e pode ser associado com as representações semióticas que, segundo Duval (2004), são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento.

De modo geral, atividades de Modelagem envolvem diferentes representações de um objeto matemático. Gráficos, relações funcionais, tabelas e figuras geométricas são exemplos dessas representações. O conjunto de ações realizadas pelo estudante, desde a definição da situação-problema até a interpretação dos resultados obtidos gera a necessidade do uso dos conteúdos curriculares, possibilitando a introdução de conteúdos novos e revisão dos velhos (ROSA, 2009, p.44). Ainda de acordo com Rosa (2009, p. 14), “nas atividades de Modelagem Matemática, um registro complementa o outro, pois geralmente não se consegue estudar todas as características de um objeto matemático com uma única representação”.

Ao desenvolver uma atividade de Modelagem, fica evidente que o uso de diferentes representações de um mesmo objeto se faz presente, e esse uso é associado às representações semióticas que, segundo Duval (2004), são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento.

Almeida e Vertuan (2010) sugerem a Modelagem como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem dos conceitos matemáticos. Por outro lado, vislumbram as atividades de modelagem, a mobilização e coordenação de diferentes registros de representação remetendo à teoria dos Registros de Representação Semiótica como fundamentação teórica para a apreensão conceitual em Modelagem.

Segundo a Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval (2009), para que o aluno consiga assimilar o conceito de um objeto matemático, é importante que ele o represente. Para que ocorra a aprendizagem é necessário que o aluno compreenda que se deve separar os objetos matemáticos de suas representações. De acordo com o autor, essa separação exige duas operações cognitivas ligadas ora à representação do objeto matemático, ora ao próprio objeto matemático. É nesse sentido que Duval (2009) apresenta e distingue os termos “semiósis” e “noésis”.

Para o autor, a *semiósis* é a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, enquanto a *noésis* é a apreensão conceitual de um objeto. Sendo assim, não existe *noésis* sem *semiósis*. A *semiósis* que determina as possibilidades de ocorrer a *noésis*. Ambas mobilizarão diferentes atividades cognitivas que as constituem, sendo necessário tanto examiná-las como interligá-las. Como consequência, o processo de aprendizagem deverá contemplar não apenas os conteúdos dos registros de representação com suas especificidades, limitações, particularidades, entre outros aspectos, mas também o conteúdo do objeto matemático propriamente dito, isto é, a sua conceitualização.

Assim, ao se desenvolver com os alunos uma atividade de Modelagem Matemática, dá-se a eles a oportunidade de fazer uso de diferentes registros de representação semiótica, que estão associados aos objetos matemáticos utilizados nessa atividade e com isso verificar a mobilização simultânea dos vários sistemas de representação de um mesmo objeto.

3.6 DAS GRANDEZAS MASSA E COMPRIMENTO

Medir e contar são ações que estão muito presentes em nosso cotidiano. A dona de casa ao fazer as suas provisões de roupa, o engenheiro ao fazer o projeto duma ponte,

o operário ao ajustar um instrumento de precisão, o agricultor ao calcular a quantidade de semente a lançar à terra de que dispõe, toda a gente, nas mais variadas circunstâncias, qualquer que seja a sua profissão, tem necessidade de medir (CARAÇA, 1951, p.21).

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e Medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a expectativa é que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número. Além disso, devem resolver problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área (de triângulos e retângulos) e capacidade e volume (de sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medidas padronizadas mais usuais.

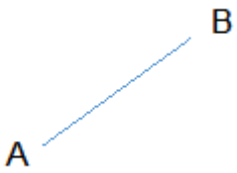
Espera-se, também, que resolvam problemas sobre situações de compra e venda e desenvolvam, por exemplo, atitudes éticas e responsáveis em relação ao consumo. Sugere-se que esse processo seja iniciado utilizando, preferencialmente, unidades não convencionais para fazer as comparações e medições, o que dá sentido à ação de medir, evitando a ênfase em procedimentos de transformação de unidades convencionais (BNCC, 2017, p.229).

Sobre o estudo desses conteúdos, Lima e Carvalho (2010) relatam que o desempenho insatisfatório dos alunos nas questões de grandezas e medidas, observado no Brasil e em diferentes países, leva à conclusão que algumas dificuldades no ensino e na aprendizagem dessa Unidade Temática não dizem respeito apenas a fatores ligados

ao contexto educacional, mas também à complexidade dos conceitos envolvidos. De acordo com os autores é preciso compreender melhor os conceitos envolvidos, mas essas reflexões não devem ser feitas diretamente com os alunos, mas sim pelo professor que deve procurar entender melhor esses conceitos e elaborar atividades que possam auxiliar os alunos na aprendizagem desse conteúdo.

Lima e Carvalho (2010) demonstram a abordagem de sua ideia através da grandeza comprimento. Peguemos como exemplo uma vareta de madeira. A esse objeto físico, podemos associar seu desenho (e sua imagem) e ainda, o conceito matemático de “segmento de reta AB”, conforme a figura 3.

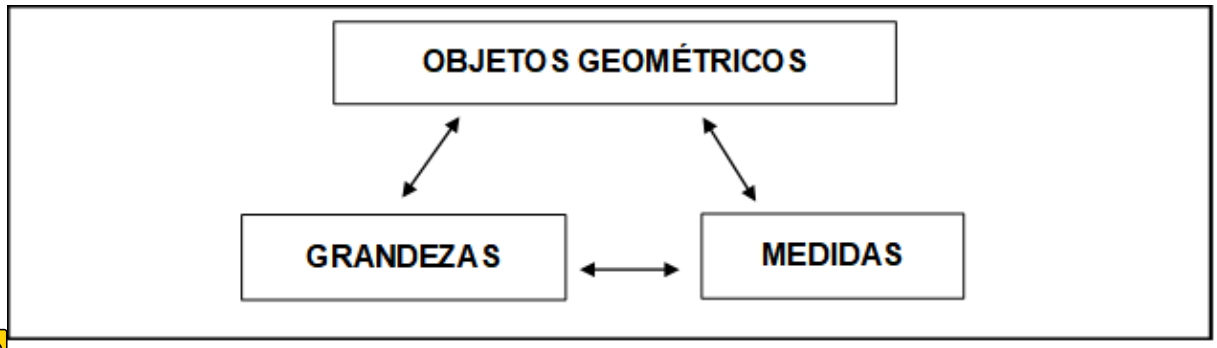
Figura 3 – Segmento de reta AB



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

A esse objeto geométrico (o desenho de uma vareta ou segmento de reta AB) associamos uma grandeza, seu comprimento, que é um de seus atributos, intuitivamente entendido como o tanto de espaço linear que possui. O processo de medição de comprimento em uma determinada unidade permite atribuir ao comprimento do objeto geométrico (vareta ou segmento) um número, que é denominado medida do comprimento na unidade escolhida. Dessa forma, os conceitos podem ser organizados em três universos ou domínios, como mostra a figura 4.

Figura 4 – Organização conceitual dos três universos e domínios



Fonte: Lima e Carvalho (2010, p.173)

Consoante a Lima e Carvalho (2010), convém observar que os componentes acima apontados são distintos. De fato, diferentes segmentos de reta podem ter o mesmo comprimento. Por exemplo, as distintas arestas de um cubo têm, todas, o mesmo comprimento e diferentes varetas podem ter o mesmo comprimento. Além disso, ao medir a mesma vareta com diferentes unidades obtém-se diferentes medidas. Apesar de distintas, os três componentes são estreitamente ligados entre si e o desafio do ensino desses conceitos é, precisamente, distinguir e articular tais componentes de forma simultânea.

Observa-se que a um mesmo objeto é possível associar várias grandezas. Tomemos o exemplo de uma lata de leite em pó, cujo modelo matemático seja um cilindro. A esse objeto pode-se associar a sua capacidade, que é o volume de seu interior. Mas, é possível, igualmente, considerar sua altura, que é o comprimento de um segmento AB, tomado entre as bases do objeto e perpendicular a ambas. Outros comprimentos importantes são os diâmetros e os perímetros das bases. Também podemos levar em conta a área da superfície lateral da lata ou de suas bases. E não é tudo. Em muitos casos, estamos interessados na massa (“peso”) da lata cheia do produto nela contido (chamada “peso bruto”), ou na massa (“peso”) apenas do produto (chamada “peso líquido”).

O esquema conceitual no qual se distingue os objetos, as grandezas e as medidas, apresentado anteriormente, pode ajudar na compreensão e no ensino dos fatos ligados a várias grandezas, em particular, comprimento, área e volume. No entanto, para muitas outras, também importantes no Ensino Fundamental, é necessário

ampliar o domínio dos objetos, que poderia passar a incluir fenômenos físicos ou sociais. Tal ampliação faz-se necessária mesmo nos anos iniciais do Ensino Fundamental quando se lida, por exemplo, com noções como tempo, grandeza que não é associada a objetos, como o comprimento, massa etc. Nos anos posteriores da escolaridade surgem grandezas que são associadas a inúmeros fenômenos: velocidade, aceleração, temperatura, energia, densidade populacional, intensidade do som e muitas outras (LIMA; CARVALHO, 2010, p.173-174).

Nos anos iniciais do ensino fundamental, as grandezas mais presentes no cotidiano são construídas pelas crianças com apoio em experiências concretas de comparação e de medição. É possível fazer comparações de grandezas sem realizar uma medição. Nessas comparações procura-se apenas estabelecer uma relação – maior, menor, igual – entre as grandezas. Atividades desse tipo são muito significativas na aprendizagem inicial desses conceitos.

Uma das justificativas para esse fato é que, muitas vezes, por exemplo, precisa-se saber apenas se um objeto é mais pesado do que outro, sem que seja necessário saber o quanto é mais pesado. Além disso, o modo próprio para comparação de cada grandeza contribui para a necessária diferenciação entre elas. Por exemplo, compara-se as alturas de duas garrafas de forma diferente da que se faz com seus volumes.

Para decidir qual de duas varetas é mais comprida, alinham-se duas de suas extremidades e observa-se o que acontece com as outras duas extremidades. Para saber qual a vareta mais pesada, colocam-se as duas em uma balança de dois pratos e verifica-se se esses ficam equilibrados ou não. Pela sua importância, essas atividades deveriam estar mais presentes no ensino escolar e, particularmente, no livro didático. Nesse sentido, é possível desenvolver inúmeras atividades de comparação de grandezas, sem medição (LIMA; CARVALHO, 2010, p.178).

O tipo de comparação entre as grandezas citado anteriormente, é insuficiente em todo o processo de aprendizagem dos alunos, sendo assim torna-se necessário medir grandezas. Para Lima e Carvalho, esse ato significa

> [...]atribuir um número a esta grandeza. A medição de uma grandeza pode ser realizada em um objeto, em um fenômeno, ou ser efetuada em representações gráficas de objetos. (2010, p.178)

Segundo Caraça (1951) se não houver um termo de comparação único para todas as grandezas de mesma espécie, tornam-se, se não impossíveis, pelo menos extremamente complicadas as operações de troca que a vida social de hoje exige. É, portanto, necessário:

1º - Estabelecer um estado único de comparação para todas as grandezas da mesma espécie; esse estalão chama-se unidade de medida de que se trata – é, por exemplo, o centímetro para comprimentos, o grama-peso para os pesos, o segundo para o tempo, etc.

2º - Responder as perguntas “quantas vezes?”, “Qual é maior? Menor?” mostra o que se faz, dando um número que exprima o resultado da comparação com a unidade. Esse número chama-se medida da grandeza, em relação a essa unidade.

Há, portanto, no problema da medida, três fases e três aspectos distintos: escolha da unidade, comparação com a unidade e expressão do resultado dessa comparação por um número (CARAÇA, 1951, p.30).

Caraça (1951) destaca que o primeiro e o terceiro aspectos do problema estão intimamente ligados e cada um deles condiciona o outro. Essa interdependência é bem visível se os considerarmos pela ordem acima posta: escolha – expressão numérica; mas ela joga também na ordem inversa. A escolha da unidade faz-se sempre em obediência a considerações de caráter prático, de comodidade, de economia. Seria tão incômodo tomar como unidade de comprimento de tecidos de vestuário a légua, como tomar para a distâncias geográficas, o milímetro. Sobre isso Caraça (1951, p.31) afirma que:

1º - Em princípio, a unidade pode ser escolhida como se quiser, mas na prática, o número que há de vir a obter-se como resultado da medição condiciona a escolha da unidade. Isso depende da natureza das medições que haja de se fazer. Para medições de dimensões nas células, toma-se o mícron – milésima parte do milímetro;

para as necessidades correntes da vida toma-se o metro; para as distâncias entre os astros toma-se o ano-luz, etc.

2º - Uma mesma grandeza tem, portanto, tantas medidas quantas unidades com que a medição se faça. Se, com a unidade u, uma grandeza tem medida m, com outra unidade $u' = u : k$, a mesma grandeza tem medida $m' = m . k$.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

4.1 O ESTUDO

De acordo com Gil (1993), pesquisa é um processo formal e sistemático de desenvolvimento de método científico e tem como objetivo fundamental descobrir respostas para problemas mediante o emprego de procedimentos científicos. A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado, ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (MINAYO, 2001, p.21).

Lüdke e André (1986, p.11) apresentam como características dessa abordagem:

> 1. A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. [...]
> 2. Os dados coletados são predominantemente descritivos. [...]
> 3. A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto. [...]
> 4. O 'significado' que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador. [...]
> 5. A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo. Os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações se formam ou se consolidam basicamente a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima.

Observando todas as premissas que se adéquam aos objetivos propostos e ao problema pesquisado, considero essa metodologia adequada ao desenvolvimento da presente pesquisa que visa intervir em uma realidade, integrando ações, reflexões e diálogo em busca de melhoria no processo de ensino e aprendizagem das grandezas massa e comprimento, fazendo uso de uma proposta de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica.

Os dados deste estudo foram obtidos por meio de coleta realizada diretamente em campo, característica presente em toda atividade de Modelagem Matemática, que de acordo com Fiorentini & Lorenzato (2012), contrasta com aqueles que são controlados pelo investigador ou realizados em laboratório. A Modelagem requer a busca de elementos de investigação na realidade onde os sujeitos estão inseridos, portanto, em

uma pesquisa de campo poder-se-á encontrar os subsídios necessários para a investigação.

4.2 LOCAL DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada na Escola Municipal Comunitária Rural “Ernesto Corradi”, localizada na Rua Ladeira Artur Peter, S/N, Distrito de Boapaba, Município de Colatina – ES. A escolha dessa escola para a realização desta pesquisa tem um significado muito importante para mim, pois ali que cursei todo o meu ensino fundamental (antigo primeiro grau) e no ano de 2008, volto para atuar como professor de matemática dos anos finais do ensino fundamental, até o fim de 2009, realizando um grande sonho, o de poder lecionar na escola onde estudei. Agora, mais uma vez, retorno, mas como pesquisador, na tentativa de colaborar no processo de aprendizagem dos alunos.

4.3 SUJEITOS E AMBIENTE DA PESQUISA

A escola atende a 13 comunidades da região que compõe o distrito de Boapaba, nas quais a atividade profissional das famílias é diversificada, entre algumas estão: agricultura familiar, assalariados rurais, meeiros, assalariados das empresas de produção de cerâmica, empregados do comércio, diaristas, operários de fabricação de produtos caseiros e empresários rurais e industriais.

Essas 13 comunidades são compostas por poucas famílias, que não contam com serviço de internet e de telefonia móvel, sendo que algumas possuem telefones rurais, os quais apenas permitem realizar e receber ligações e mensagens.

A localidade da escola é atendida por internet a rádio e no período em que ocorreu a coleta dos dados (março de 2017) ainda não possuía telefonia móvel. Em outubro do corrente ano, o referido distrito foi contemplado com uma torre de telefonia móvel, permitindo a realização de um antigo sonho da comunidade.

No ano de 2013, segundo a Lei Municipal nº 5.907, de 20 de novembro de 2012, integraram-se às atividades da escola a Pedagogia da Alternância, que prevê o trabalho como princípio educativo e a realidade como mola mestra para as

aprendizagens. Os estudantes são protagonistas de sua educação e percebem que todos os sujeitos se educam mutuamente, em diferentes espaços e tempos.

A pedagogia da alternância apresenta uma proposta de se trabalhar um currículo que não se limite ao espaço escolar, mas que ultrapasse a sala de aula, paredes e muros da escola e vai ao encontro de uma realidade vivenciada pelos alunos. Freire e seus estudos constituem a base dessa Pedagogia. Sua proposta de ler o mundo é a essência da alternância, pois assim “ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo” (FREIRE, 1981, p.79).

Na Pedagogia da Alternância, o saber prático, obtido junto à família, na execução das tarefas, e a teoria obtida na escola durante a troca de experiências e a absorção dos conteúdos ensinados, fundem-se. Assim, podem auxiliar a aprofundar a compreensão do que ocorre no dia a dia, na família, na escola, e onde o conhecimento emerge, amplia-se e consolida-se, facilitando ao jovem alternar e valorizar aquilo que ele faz e sabe (CALIARI, 2002).

Outra aproximação que se pode fazer sobre essas duas concepções e que permite trabalhar essa relação entre Modelagem Matemática e Pedagogia da Alternância encontra embasamento em Freire (2005) que prega uma educação dialógica, feita colaborativamente, com vistas a reforçar a capacidade crítica do educando. Para ele, a educação não se faz de professor para os alunos e sim do professor com os alunos.

Assim, entende-se que dentro do contexto da Pedagogia da Alternância, diversas são as possibilidades de desenvolver as atividades de Modelagem Matemática. Esse modelo de educação proposto é contrário a uma educação baseada em memorizações, que tira dos estudantes a liberdade de criar, explorar, investigar e construir o conhecimento e contribui para que eles não desenvolvam a autonomia, entendida aqui como um processo de decisão e humanização, construído a partir de experiências vividas.

4.4 PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES

Durante a pesquisa, o meu papel foi de professor/pesquisador, visto que, ao desenvolver a atividade com os alunos, tive uma função mais pedagógica e, nas análises dos dados produzidos, a de pesquisador, corroborando com Campos e Araújo (2015), as quais explicam que prática pedagógica e pesquisa são distintas, mas podem acontecer simultaneamente levando uma pessoa a atuar com duplo papel: o de pesquisador e o de professor. Para as autoras, esse duplo papel se caracteriza por uma alternância entre a ênfase no papel de pesquisador e no de professor, de forma que ambos coexistam e dialoguem entre si.

Os sujeitos desta pesquisa são 15 alunos do quinto ano do ensino fundamental, de uma escola municipal comunitária rural, sendo 08 meninos e 07 meninas com idade entre 09 (nove) e 11 (onze) anos, os quais não são meus alunos. A escola onde estudam, em que estão matriculados alunos de 13 comunidades da região, situa-se no Distrito de Boapaba, localizado a 11 (onze) quilômetros da cidade de Colatina – ES.

Os procedimentos metodológicos que usei para o desenvolvimento da pesquisa foram *o diário de bordo do pesquisador*, que me acompanhou em todas as aulas, no qual fazia anotações técnicas e interpretativas, e as *gravações em áudio*, com a finalidade de registar os diálogos produzidos.

A fim de evitar a personalização dos participantes, identifiquei os alunos com a letra A acompanhada de um número. Para referir-me a mim mesmo, utilizei a letra P e a todos os alunos, a letra T.

Também disponibilizei a cada aluno um pequeno caderno, o qual denominamos *diário de bordo do aluno*, para que nele anotassem as estratégias usadas durante a prática da modelagem.

Os alunos fizeram alguns exercícios de matemática e, depois, uma sequência de atividades envolvendo as grandezas massa e comprimento foi xerocopiada e entregue a cada aluno, as quais chamei de *produção* textual do aluno.

Esta pesquisa foi desenvolvida por meio de uma atividade de modelagem matemática sob a perspectiva sociocrítica abordando o tema referente à quantidade de lixo que cada aluno produz em sua residência e a correta destinação desse material através da sua transformação em adubo orgânico.

A atividade foi analisada de acordo com as categorias proposta por Silva e Kato (2012) que são denominadas pelas autoras como características da perspectiva sociocrítica da modelagem. As autoras propõem o estabelecimento de ações que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica, as quais chamam de categorias, segundo os principais constituintes de uma atividade de Modelagem: o professor, o problema matemático, a interação do aluno com o modelo e a interação do aluno com a sociedade.

No quadro abaixo, estão inseridas as características das atividades de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica.

Quadro 3 – Categorias e respectivas unidades de significados

Categorias		Unidades de significado constituintes
C1	Participação ativa do aluno na construção do modelo	C1.1 – trabalho em grupo; C.1.2 – participação crítica e democrática na sala de aula; C1.3 – escolha do tema pelos alunos;
C2	Participação ativa do aluno na sociedade	C 2.1 – desenvolvimento de ações comunitárias; C 2.2 – extensão para o contexto social; C 2.3 – atuação crítica na sociedade; C 2.3 – importância da Matemática na sociedade;
C3	Problema não matemático da realidade	C 3.1 – utilizar problemas não matemáticos da realidade; C 3.2 – escolha do problema pelos alunos; C 3.3 – interpretar os modelos matemáticos de acordo com a realidade;

C4	Atuação do professor como mediador	C 4.1 – trabalho em grupo; C 4.2 – escolha do problema pelos alunos; C 4.3 – participação crítica e democrática na sala de aula; C 4.4 – considerar a cultura dos alunos; C 4.5 – importância da Matemática na sociedade;

Fonte: SILVA e KATO, 2012

4.5 PRODUÇÃO DE DADOS

No desenvolvimento desta pesquisa, pretendi construir com os alunos um ambiente de aprendizagem por meio de uma atividade de Modelagem na perspectiva sociocrítica amparado por Barbosa (2003), que propiciasse interações entre os alunos, em que fosse possível identificar os atos dialógicos propostos nos modelos de Cooperação Investigativa de Alro e Skovsmose (2010), que colaboram no processo de aprendizagem, e que fosse possível a identificação dos registros de representação semiótica dos objetos matemáticos proposto por Raymond Duval (2003) que consiste na capacidade dos alunos em efetuar as mudanças simultâneas de representação desses objetos. Cito abaixo os instrumentos que foram utilizados para a produção dos dados dessa pesquisa.

4.5.1 Diário de bordo do Pesquisador

Oliveira e Strohschoen (2005 *apud* PORLÁN; MARTIN, 1997) afirmam que o diário de bordo é um recurso metodológico em que se distinguem as problemáticas e, com elas, a concepção do processo que vem ocorrendo na realidade do envolvido. A problemática pode ser uma circunstância, uma ocasião ou um planejamento. À medida que os problemas são averiguados, eles se tornam mais compreensivos e delimitados.

O diário de bordo foi utilizado como uma ferramenta metodológica, para analisar o posicionamento, a opinião e os conhecimentos dos alunos diante dos questionamentos apresentados que envolvem a problemática do lixo, no qual cada aluno descreve suas interpretações, opiniões, sentimentos e pensamentos, através

da escrita, falando de si mesmo. Também serviu para verificar e analisar o aprendizado quanto ao conteúdo de grandezas e medidas.

4.5.2 Diário de Bordo do aluno

Diante da relevância desse instrumento de pesquisa, optei por organizar um diário de bordo individual para os alunos, para que também eles registrassem os acontecimentos importantes do trabalho investigativo. Por meio do diário deles, é possível averiguar como estão entendendo os acontecimentos, seus sentimentos e dificuldades na realização das tarefas, bem como as informações específicas referentes aos registros semióticos envolvendo as grandezas massa e comprimento. A figura 5 mostra o diário de bordo que foi produzido pelos alunos.

Figura 5 – Diário de bordo dos alunos



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

4.5.3 Gravações em áudio

Permite retomá-las a qualquer momento, para confirmar hipóteses ou esclarecer dúvidas que surjam na análise dos dados. Auxiliam nas transcrições do discurso transparecendo elementos empíricos que serão relacionados à teoria abordada na pesquisa.

4.5.4 Fotografia

De acordo com Silva e Koller (2002), a fotografia tem o papel de documentar determinada ocorrência, ou seja, a mesma função que as filmagens possuem nos dias de hoje. Fotografa-se um certo evento durante o seu acontecimento e, posteriormente, essa imagem é tomada como um dado de pesquisa na análise específica do “motivo fotográfico”, isto é, da ação, pessoa ou objeto fotografados. Neste caso, o que importa é apenas o conteúdo presente em cada uma das fotos ou no conjunto delas. Por essa razão, não são levados em consideração o autor das fotografias, nem o posterior observador delas, que, em ambos os casos, tende a ser o próprio pesquisador ou alguém da sua equipe de trabalho.

4.5.5 Sequência de atividades

Considero nesse instrumento as ações escritas de especificidade do conteúdo em estudo; nesse caso a aprendizagem das grandezas massa e comprimento. Estão inclusas atividades matemáticas necessárias à investigação, no intuito de atender aos objetivos da pesquisa.

5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Este capítulo relata a atividade desenvolvida com os alunos do quinto ano do ensino fundamental e as análises decorrentes da produção de dados durante a atividade de modelagem matemática. Os momentos em que estive com os alunos chamo de encontro e relato as atividades que foram desenvolvidas em cada um desses 07 (sete) encontros.

5.1 ENCONTRO 1

Ao ser apresentado à turma pela professora, procurei explicar que estava ali para convidá-los a participar de uma atividade que tinha como proposta a discussão de algum problema que fosse conhecido por todos e como poderíamos contribuir com uma possível solução para tal.

Pedi aos alunos que citassem alguns problemas que existiam na comunidade e obtive como resposta problemas como: seca, falta de água, estradas ruins, lixo, entre outros. A partir dessas respostas, perguntei aos alunos se eles gostariam de estudar algum desses problemas e todos responderam que sim.

Eles se propuseram a trabalhar qualquer um dos temas que haviam citado e suas respostas foram ao encontro do tema que havia escolhido trabalhar com eles, a qual se enquadraria no caso dois de Barbosa, (2004), que levaria para os alunos um problema que retrata a realidade de uma outra área de conhecimento. Realizei esse diálogo inicialmente para verificar quais pensamentos essas crianças possuíam sobre os mais variados problemas existentes em sua realidade.

Para darmos início as discussões e evidenciar qual problema será abordado, foi exibido o vídeo “Lugar de lixo não é na rua”[4] da Turma da Mônica, que mostra quais são as consequências de jogar lixo em lugares inadequados. Após a exibição do vídeo, iniciamos uma discussão em que os alunos expuseram suas opiniões sobre este problema tão sério.

[4] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=7S6I77HhYL0

Abaixo transcrevo parte da interação realizada com os alunos.

> *A9 – Nossa, a gente houve falar tanto de lixo, mas parece que ninguém se importa muito com isso. Por onde a gente anda, sempre vê lixo jogado no chão.*
>
> *A1 – Quando vem a chuva, forma uma inundação, carregando todo o lixo para as florestas e pode dar doenças nos animais e eles morrerem.*
>
> *A2 – E polui o ar, as águas e inunda os rios.*
>
> *P – E o que vocês sabem sobre esse problema? Ele vem diminuindo ou aumentando em nosso planeta?*
>
> *A11 – Ah professor, vem aumentando, pois tem mais pessoas no mundo.*
>
> *A5 – E esse problema não é só aqui. Ele é do mundo todo.*
>
> *A3 – Porque nos dias atuais, são desenvolvidas mais sacolas plásticas, papéis e lixo orgânico.*
>
> *P – Muito bem! Mais pessoas em nosso planeta, significa que mais lixo será produzido.*
>
> *A7 – Professor, não tem jeito: o problema são as pessoas que insistem em jogar lixo na rua. Quando a gente vem pra escola, o ponto onde embarco é cheio de papel, plástico e outros lixos. As pessoas não fazem as coisas corretamente.*
>
> *P – E na casa de vocês, o que é feito com o lixo?*
>
> *A8 – Eu moro na roça professor. Lá em casa a gente queima ou enterra.*
>
> *A10 – Na minha casa o carro do lixo passa, mas a gente junta tudo.*
>
> *P – E quanto à destinação dada ao lixo da casa de vocês, o que é feito com o lixo?*
>
> *A8 – A minha mãe fala que não pode enterrar na beira de lugar que tem agua, se não contamina.*
>
> *A5 – De vez em quando a gente joga algumas cascas de frutas e cascas de ovos no meio das plantações.*
>
> *A12 – O correto é separar o lixo pra reciclagem, mas não tem lixeiras, então a gente acaba juntando tudo na mesma sacola.*
>
> *A7 – Uma vez lá na minha casa, a gente ia separando o lixo: papel, plástico, metal e vidro, mas quando vinha o carro ele jogava tudo junto, então paramos de fazer assim. De vez em quando a gente ainda faz.*

Observamos, na interação 1, que se está promovendo um ambiente de aprendizagem marcado pelo diálogo. Os envolvidos no discurso trabalham coletivamente, buscando uma perspectiva comum em torno do problema em estudo.

Vários são os indícios de que os atos dialógicos do Modelo-CI estão presentes no discurso.

O *estabelece*r *contato* nota-se na sintonia entre os participantes, um prestando atenção no outro. O *perceber* é identificado quando os alunos expõem suas perspectivas para serem examinadas como nas falas de A9, A1 e A2, que verbalizam o que pensam sobre e a questão do problema do lixo.

A ideia de que cada um tem que fazer a sua parte é então *reconhecida.* Os alunos se "posicionam" compartilhando seus pontos de vista. O *pensar alto* acontece quando os alunos tornam públicos seus pensamentos, ideias e sentimentos durante a investigação, como na fala do aluno A7:

> *Professor, não tem jeito: o problema são as pessoas que insistem em jogar lixo na rua. Quando a gente vem pra escola, o ponto onde embarco é cheio de papel, plástico e outros lixos. As pessoas não fazem as coisas corretamente.*

Esse aluno defende sua posição e com isso a perspectiva do seu pensamento passa a ser conhecida por todos e ganha visibilidade na parte mais tangível da comunicação (ALRO; SKVOSMOSE, 2010, p. 71).

O *reformular* e *desafiar* estão muito presentes nos meus discursos, que buscam evidenciar as perspectivas levantadas pelos alunos, procurando assegurar-me de que eles estão compreendendo a discussão e busco lançar novos desafios como evidencia-se no questionamento: *E o que vocês sabem sobre este problema? Ele vem diminuindo ou aumentando em nosso planeta?* O *avaliar* é feito pelos alunos, quando concordam com as perspectivas que surgiram nos discursos, mas também por mim, na fala: *Muito bem!*

O ato de *avaliar* as perspectivas não se preocupa com o certo ou do errado, mas sim na construção de um ponto comum para a investigação. Para Alro e Skovsmose (2010), é importante o envolvimento dos alunos no diálogo, visto por eles como um processo investigativo imprevisível. Evidencia-se, na interação 1, a participação dos alunos produzindo discursos espontaneamente sem ter fixado inicialmente nenhuma perspectiva. As conclusões de que cada um tem de fazer a sua parte não jogando lixo

nas ruas e que o lixo vem aumentando porque a população está crescendo são feitas dentro de ambiente de pesquisa, sendo imprevisível a perspectiva a ser construída pelos alunos.

Na interação 1 também pode-se salientar algumas das categorias de uma atividade de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica propostas por Silva e Kato (2012), pois identifica-se a sala de aula como um espaço democrático, em que todos podem expor suas ideias, participando, expondo, criticando e reformulando determinada situação, assinalando a característica C1 - Participação ativa do aluno na construção do modelo, e suas unidades constituintes C1.1 trabalho em grupo e C1.2, participação crítica na sala de aula.

Na fala do aluno A5: *"E esse problema não é só aqui. Ele é do mundo todo"* destaca-se o fato de que estou trabalhando com um problema da realidade desses alunos, identificando elementos da característica C3: problema não matemático da realidade, e suas unidades constituintes C 3.1: utilizar problemas não-matemáticos da realidade e C 3.4: considerar a cultura dos alunos.

É possível destacar também na fala do aluno A7: *"Professor, não tem jeito: o problema são as pessoas que insistem em jogar lixo na rua. Quando a gente vem pra escola, o ponto onde embarco é cheio de papel, plástico e outros lixos. As pessoas não fazem as coisas corretamente"* elementos que caracterizam a característica C2, participação ativa do aluno na sociedade e suas unidades constituintes C 2.3: atuação crítica na sociedade, visto que de acordo com as autoras, para a realização dessa proposta são necessárias algumas ações por parte do aluno que evidenciam mudança de atitudes em relação à determinada situação ou, ainda, uma nova maneira de se posicionar na sociedade (SILVA; KATO, 2012).

5.2 ENCONTRO 2

No encontro anterior solicitei aos alunos que observassem o que seria produzido de lixo na casa de cada um e que trouxessem essas informações anotadas. Após os alunos realizarem a atividade, chegamos ao seguinte resultado: restos de comida (mencionado 17 vezes), papel (15 vezes) plástico (10 vezes), vidro e metal (1 vez).

Após anotar essas informações no quadro, realizamos a discussão que transcrevo abaixo:

> *P – Então, pessoal, temos aqui o resultado das informações que vocês trouxeram. Qual a maneira que podemos representar essas informações?*
>
> *A1 – Através das tabelas.*
>
> *P – Vocês concordam?*
>
> *T- Sim!*
>
> *P – Mas a tabela é a única forma que podemos representar?*
>
> *T – Não!*
>
> *P – Então, se a tabela não é a única forma de representar essas informações, como seria a outra ou as outras formas que vocês poderiam representar essas informações?*
>
> *T – Os gráficos, professor!*
>
> *P – E qual seria o tipo de gráfico ou os tipos de gráficos que podemos utilizar para representar essas informações?*
>
> *A7 – Tem aqueles gráficos redondos. Acho que dá certo.*
>
> *A12 – Acho que não! Acho mais fácil utilizar o de barras.*
>
> *P – O que vocês acham?*
>
> *A10 – Eu já vi esses gráficos redondos, e indicavam porcentagem. Acho que fica mais difícil fazer esse.*
>
> *A8 – Também acho que está errado esse gráfico redondo.*
>
> *A7 – Eu já vi gráficos de linha também. Lembro que vi ano passado na eleição do prefeito.*
>
> *P – Então temos que definir qual gráfico podemos utilizar.*
>
> *A12 – Tem os gráficos de barras e o de colunas, que podemos utilizar.*
>
> *A5 – Isso mesmo! Eles só mudam o sentido das colunas. Uns são desse jeito (faz sentido horizontal) e o outro desse (faz sentido vertical).*
>
> *P – Lembrando que temos duas informações: tipos de lixo e quantidade. Agora cada um vai construir uma tabela e dois gráficos em colunas, no sentindo vertical e horizontal.*

Os alunos expuseram seus conhecimentos sobre tabelas e gráficos e fizeram suposições sobre como representar as informações. O ato dialógico *estabelecer contato* é identificado, de acordo com Alro e Skvosmose (2010), pelo uso do verbo na primeira pessoa do plural que indica que estamos trabalhando conjuntamente, quando

pergunto aos alunos *“Qual a maneira que podemos representar essas informações?”,* e eles prestam atenção na fala do outro e dão suas contribuições.

Na fala do aluno A1 *“Através das tabelas”* identificamos o ato de perceber, porque os alunos expõem suas perspectivas e as diferentes formas de entender o problema e que passam a ser *reconhecidas* pelo professor e por toda a turma.

No decorrer do diálogo, na fala do aluno A12 *“Tem os gráficos de barras e o de colunas, que podemos utilizar”* sugere qual o tipo de gráfico pode ser utilizado, evidenciando o *posicionamento* dos alunos sobre a escolha do gráfico, além de haver a contribuição para a construção de uma perspectiva comum, em que o aluno diz o que pensa e, ao mesmo tempo, está receptivo a questionamentos a sua posição (ALRO; SKVOSMOSE, 2010).

Ao dialogarem sobre os vários tipos de gráficos que existem, na fala do aluno A10 “*Eu já vi esses gráficos redondos, e indicavam porcentagem. Acho que fica mais difícil fazer esse.”*, distingue-se que ele expressa suas ideias e sentimentos durante o processo de investigação, caracterizando, assim, a presença do pensar alto, visto que externa o que se passa dentro de si e suas perspectivas à investigação.

Na fala do aluno A12 “*Tem os gráficos de barras e o de colunas, que podemos utilizar”* e quando o aluno A5 diz *“Isso mesmo! Eles só mudam o sentido das colunas. Uns são desse jeito (faz sentido horizontal) e o outro desse (faz sentido vertical)”*, nota-se que muitas coisas já foram ditas sobre o assunto de gráfico e tabelas, e esses alunos apresentam suas perspectivas para que o professor possa entender, identificando assim o ato dialógico de *reformul*ar.

O *desafiar* se faz presente nos meus discursos, que buscam mostrar as perspectivas levantadas pelos alunos, procurando assegurar-me de que eles estão compreendendo a discussão e de lançar novos desafios como fica claro quando digo: “*Agora cada um vai construir uma tabela e dois gráficos: o de barras e o de colunas”.*

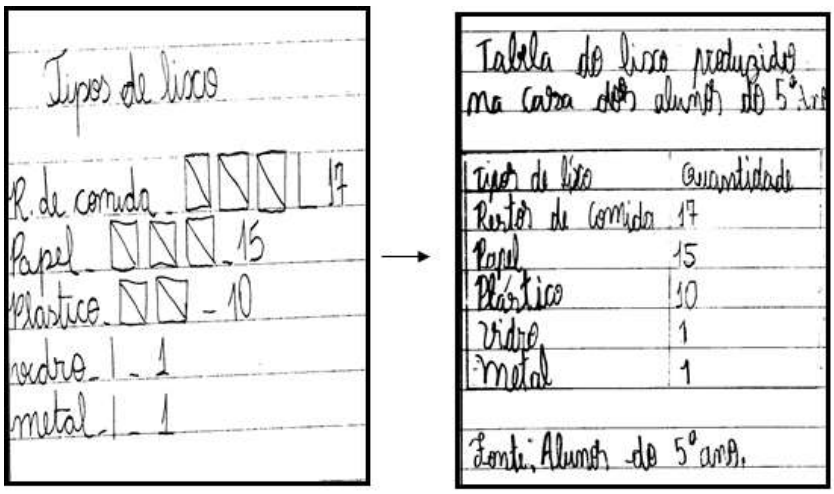
É possível perceber que na interação acima, quando iniciamos as discussões e faço a pergunta “*Qual a maneira que podemos representar essas informações?”*, e o aluno

A1 responde que é através das tabelas, que os alunos já identificam outra representação para o mesmo objeto matemático, pois entendem que a tabela pode ser convertida em um gráfico. O mesmo ocorre quando realizo a pergunta "*Mas as tabelas são a única forma que podemos representar?"*, e os alunos apresentam como resposta a palavra "gráfico".

É possível aferir que os alunos identificaram diferentes representações para o mesmo objeto matemático. De acordo com Duval (2013), esse reconhecimento de um mesmo objeto matemático, por meio de múltiplas representações, é fundamental para que os alunos, por si mesmos, transfiram ou modifiquem formulações ou representações de informações numa resolução de problemas. É possível perceber que todo o diálogo apresenta esta característica, de os alunos identificarem as diversas representações do objeto matemático sem ainda transcrevê-las no papel, mobilizando assim, simultaneamente, dois ou mais registros que se associam a um mesmo objeto matemático (DUVAL, 2008), identificando características do objeto em cada um dos registros.

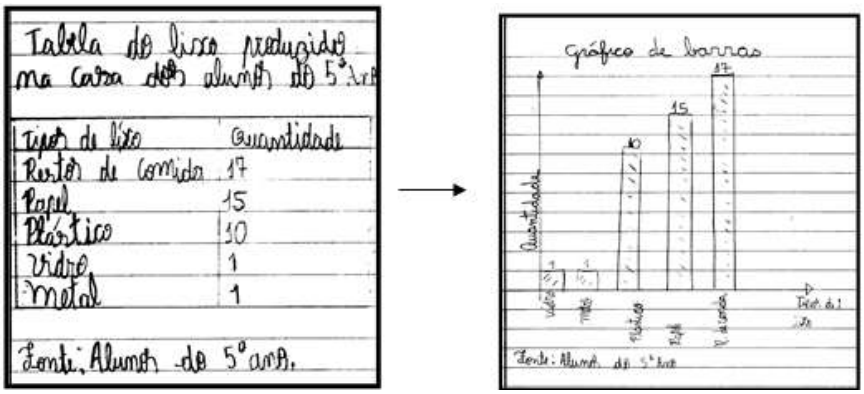
Após as discussões acima, os alunos realizaram a primeira atividade (Figura 6) que é a escrita dos dados em uma tabela e depois a construção dos gráficos a partir da tabela (Figuras 7 e 8).

Figura 6 – Transformação do registro simbólico para o registro tabular do aluno A8



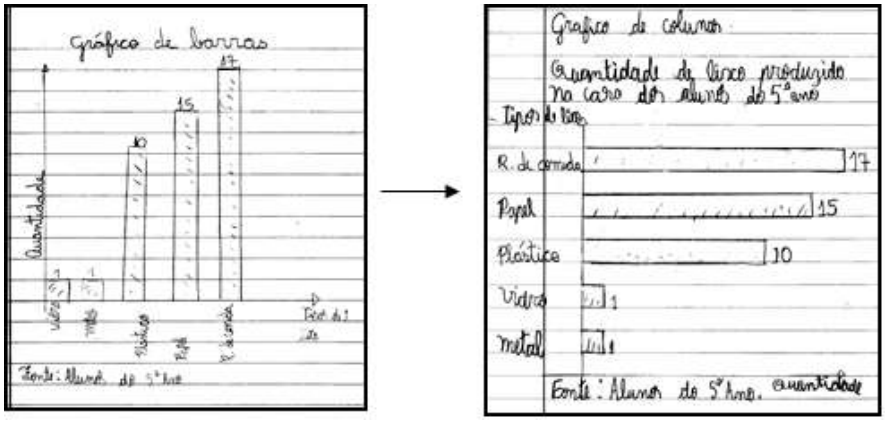
Fonte: Diário de Bordo do aluno A8, 2017.

Figura 7 – Conversão do registro tabular para o registro gráfico do aluno A8



Fonte: Diário de Bordo do aluno A8, 2017.

Figura 8 – Realização do tratamento no registro gráfico do aluno A8



Fonte: Diário de Bordo do aluno A8, 2017.

Na figura 6 tem-se o resultado da pesquisa realizada pelos alunos representada no registro simbólico, em que cada traço representa o valor de uma unidade e na frente o valor total de cada informação representada no registro numérico. Nessa figura, identificamos que o aluno A8 realiza um tratamento, dado que permanece dentro do mesmo registro de representação. Identificamos assim que na figura 6 há a operação cognitiva de um tratamento.

Na figura 7 ocorre uma conversão, havendo a mobilização simultânea dos diferentes registros, o que permitiu aos alunos visualizar propriedades próprias desses registros, facilitando a compreensão do objeto matemático (DUVAL, 2009). Na figura 8, o aluno A8 realiza um tratamento do registro gráfico, permanecendo no mesmo registro de representação. Com a realização destas atividades encerramos o encontro desse dia.

5.3 ENCONTRO 3

Iniciamos este encontro no laboratório de informática, onde assistimos a uma reportagem[5] que foi exibida em um jornal, a qual mostrava as ações que muitas empresas e moradores de São Paulo estavam adotando – a prática da compostagem como destinação do lixo orgânico. Na figura 9 mostro a realização desse momento.

Figura 9 – Alunos no laboratório de informática



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Terminada a exibição do vídeo, iniciamos uma discussão e, no diálogo que desenvolvemos, uma informação que chamou a atenção das crianças e que eles expuseram foi que a quantidade de comida que é jogada fora no Brasil, por dia, alimentaria a população do Iraque. Outra informação que também chamou a atenção dos alunos é a quantidade de gás que é produzida pelos restos de comida que são lançados nos lixões.

Encerrada a discussão, destacamos a reciclagem do lixo e o fato de o lixo úmido também apresentar uma destinação correta, que colabora com o meio ambiente – a compostagem. Perguntei aos alunos como é que se fazia a compostagem, e eles responderam com base no que viram e ouviram na exibição do vídeo[5].

[5] Disponível em: https://globoplay.globo.com/v/2027779/

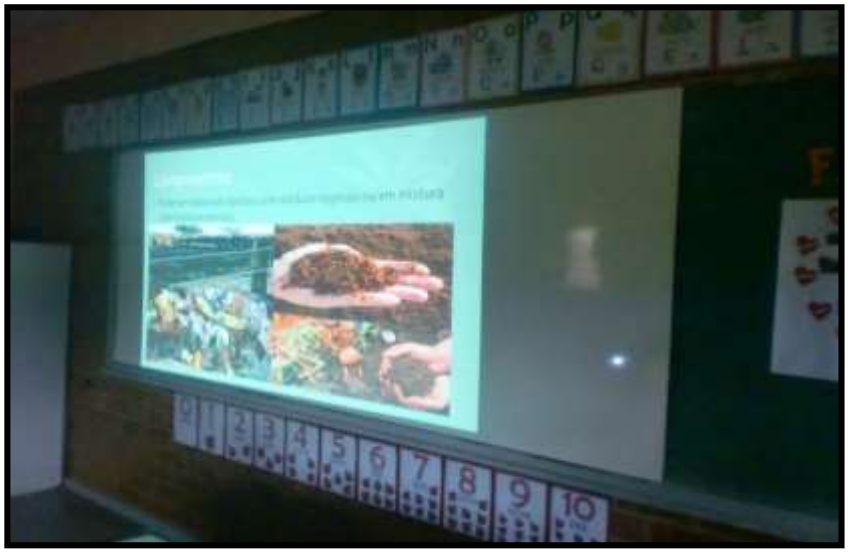
Para passar todas essas informações para os alunos, sobre o que é a compostagem, como é feita, quem pode fazer, e onde fazer, retornamos à sala de aula e desenvolvemos junto com o professor de agropecuária da escola, no horário dessa disciplina, uma apresentação com todas essas informações. As figuras 10 e 11 indicam o momento em que esta ocorreu.

Figura 10 – Início da aula sobre compostagem



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Figura 11 – Desenvolvimento da aula sobre compostagem



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

O professor de Agropecuária enfatizou aos alunos sobre a importância da construção de composteiras, o quanto esse processo tem a colaborar com a preservação do meio ambiente, sobre a relevância do adubo orgânico produzido e também seu valor no mercado, por ser natural e sem adição de nenhum produto químico. O professor mostrou que uma composteira deve ser feita utilizando lixo orgânico, dejetos animais (esterco) e restos vegetais (capim ou folhas secas) e que existem quantidades de cada resíduo para produzir a composteira, que são: 60% de resíduos vegetais, 30% de lixo orgânico e 10% de resto animal.

No encerramento desse encontro, fizemos uma retrospectiva de tudo o que tínhamos visto até esse momento, sobre o problema do lixo e quais as suas possíveis soluções. Havia chegado a hora de realizar nossa contribuição para esse problema, então, falei que cada aluno iria receber uma embalagem e coletaria todo o lixo orgânico que fosse produzido na casa deles e que depois iriam trazer para a escola, para que pudéssemos pesar e transformar esse lixo em adubo para utilizá-lo na horta da escola.

Os alunos ficaram entusiasmados com essa atividade. Isso é muito importante, uma vez que a participação deles é fundamental para o desenvolvimento dela. Sendo assim, entreguei uma vasilha com o nome de cada aluno, para que pudessem coletar o lixo orgânico da casa deles durante um final de semana, sendo esta uma característica da modelagem sociocrítica: buscar os dados para estudo em fontes reais extraídos do contexto sociocultural dos alunos. Na figura 12, podemos verificar cada aluno com a sua embalagem para realizar a atividade.

Figura 12 – Alunos com as embalagens para a realização da atividade



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

5.4 ENCONTRO 4

A motivação dos alunos era evidente. Quando cheguei à sala de aula, foi difícil conter o entusiasmo deles, pois todos queriam falar da atividade que tinham feito e relatar como fizeram a coleta do lixo. A ativa participação das crianças nessa atividade vai ao encontro do que diz Bassanezi (2002) sobre as razões para a inclusão da Modelagem no currículo: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática.

Todos os alunos participaram da atividade e estavam querendo pesar o lixo deles para ver o quanto tinham produzido nesses dias. Cada recipiente apresentava um peso de 120 gramas, que foi descontado no momento da pesagem. Antes de realizá-la, discutimos sobre o que é medir, o que são grandezas, quais as unidades de medida que usaríamos, entre outros assuntos. Abaixo, transcrevo parte dessa discussão:

> *P – Vamos conversar agora sobre as medições que serão realizadas por vocês. Aqui vamos construindo o conhecimento juntos sobre esta ação de medir. Sabemos que ao pesarmos o lixo, os números indicarão a massa. Se for medir a altura de vocês, os números vão indicar o tamanho de vocês. Sendo assim, o que significa medir?*
>
> *A11 – Ver a largura, a altura e o peso.*
>
> *P – Mas ver através de quê?*
>
> *T – Dos números!*
>
> *P – Então o que é medir? Vimos que toda medida deve ser indicada através de números, e podemos responder como essa pergunta?*
>
> *A4 – É indicar um número.*
>
> *P – Isso aí! Medir é atribuir um número a uma grandeza. Então posso afirmar que medir é atribuir um número a uma grandeza?*
>
> *Alguns alunos respondem sim e outros respondem não.*
>
> *P – Quando vamos medir algo, o que passa a informação que esse algo está sendo medido?*
>
> *A11 – O uso da trena.*
>
> *A12 – A fita métrica.*
>
> *P – E a trena e a fita métrica são formadas pelo que?*
>
> *A2 – Por números!*

P – O que é grandeza?

A3 – Números maiores, a ideia de grande.

A6 – Os tamanhos das coisas, que a gente pode determinar seu tamanho!

P – E na matemática, quando falo de grandeza, o que é grandeza?

A12 – É medir?

P – Isso ai. Grandeza em matemática é tudo aquilo que pode ser medido. Nesse caso vamos medir a grandeza massa, ao pesarmos o lixo de cada um de vocês.

A13 – Professor, é a mesma coisa que medirmos a nossa altura né? Onde a grandeza é a nossa altura e medir é determinar o quanto temos de altura né?

P – Exato! Só podemos complementar que determinar nossa altura corresponde a grandeza comprimento. Então, o que vem a ser massa?

T – Uma grandeza (alguns alunos respondem, outros não)

P – Todos estão de acordo com essa resposta?

T– Sim (alguns ficam na dúvida e nem todos respondem sim)

P – A grandeza que vamos utilizar na medida do lixo de vocês, corresponde à grandeza Massa. Então essa é a grandeza que iremos utilizar quando realizarmos o peso do lixo. Quando colocarmos essa embalagem de lixo na balança, e aparecer os números, estaremos determinando a medição dessa grandeza e utilizaremos gramas, a unidade para representar essa medida.

Caracterizo essa interação como diálogo, pois visualizei uma relação próxima com a interpretação e a investigação que se preocupam com aspectos comunicativos. Entendo aqui diálogo como uma conversação que visa à aprendizagem (ALRO; SKVOSMOSE, 2010).

O primeiro ato de comunicação previsto no Modelo-CI é *estabelecer contato*, que é caracterizado pelo uso de pronomes na primeira pessoa do plural para iniciar a conversa, indicando que há um trabalho conjunto entre professor e aluno e, ao mesmo tempo, tentar descobrir o que se passa com o outro (ALRO; SKVOSMOSE, 2010, p.70). Essas ações são evidenciadas logo na primeira fala, quando digo "... *aqui vamos construindo o conhecimento juntos"* e depois *"Vimos então que ao pesarmos o lixo, os números indicarão a massa".* Destaco que em outros momentos desse diálogo há a utilização do pronome na terceira pessoa do plural, o que concretiza a ideia de se trabalhar em conjunto.

O segundo ato de comunicação é o de *perceber.* Essa ação é caracterizada pelo surgimento de várias perspectivas ou pelas diferentes formas de percepção de um problema. O professor já não faz parte da equipe, mas tenta perceber a perspectiva dos alunos. Nesta minha fala: "*.... Se for medir a altura de vocês, os números vão indicar o tamanho de vocês. Sendo assim, o que significa medir?"* Percebe-se que o verbo já não se encontra na primeira pessoa do plural, o que mostra que eu não me posiciono neste momento como membro da equipe. E, quando os alunos vão dando suas contribuições às perguntas feitas, estão colocando suas perspectivas, como vemos na fala de alguns alunos que respondem "*Dos números",* e na fala do aluno A4 *"É indicar um número"*.

O terceiro ato é o de *reconhecer*, que acontece quando o professor atua com uma postura investigativa, onde tenta reconhecer a forma que o aluno interpreta o problema e este passa a expressar sua perspectiva, a qual passa a ser reconhecida (ALRO; SKVOSMOSE, 2010, p.70).

Quando faço a pergunta: "*Quando vamos medir algo, o que passa a informação que esse algo está sendo medido?",* obteve-se a resposta do aluno A11 – "*O uso da Trena."* – e do aluno A12 – "*A Fita métrica"* e, posteriormente, ao fazer outra indagação: "*E a trena e a fita métrica são formadas pelo quê?"*, sendo resposta do aluno A2: "*Por Números",* mostra que estou investigando o conhecimento dos alunos e eles, respondendo a esses questionamentos, permitindo-me reconhecer a postura dos alunos.

O quarto ato de comunicação é o *posicionamento* dos alunos. Verifica-se, nas respostas dos alunos *A3: "Números maiores, a ideia de grande!"* e A6 *"Os tamanhos das coisas, que a gente pode determinar seu tamanho!"* à pergunta "*O que é grandeza?",* que os alunos têm seu posicionamento sobre o que foi perguntado. Defender a posição significa propor argumentos em favor de um ponto de vista, mas não a ponto de bater firme o pé (ALRO; SKVOSMOSE, 2010, p. 70 – 71).

Outro ato de comunicação acontece quando o aluno responde alguma pergunta e mostra a todos as suas perspectivas, visto que *pensa alto* ao dar visibilidade a sua opinião. Na fala do aluno A13 "*Professor, é a mesma coisa que medirmos a nossa*

altura né? Onde a grandeza é a nossa altura e medir é determinar o quanto temos de altura." Evidencia-se o pensamento alto desses alunos, os quais defendem essas respostas, dando argumentos para fundamentá-las.

Na continuidade desse diálogo, percebemos que muitos são os momentos em que as perspectivas dos alunos são *reformuladas* por mim, a fim de refazer as perguntas aos alunos para confirmar seu entendimento. Essa ação de comunicação, que é reformular, pode ser percebida no momento em que pergunto "*E o que vem a ser massa então?"* e alguns alunos respondem *"Uma grandeza!"*

Por fim, os outros atos de comunicação, presentes no Modelo-CI, são *desafiar* e *avaliar*. Nas ultimas falas transcritas do diálogo, percebe-se que há uma dificuldade dos alunos em compreender que medir é estabelecer um número para uma determinada grandeza e que há unidades de medidas que determinam essas grandezas. É notável que os alunos são investigados e ao mesmo tempo desafiados a responder as perguntas e quando as respostas não são completas, desafio-os com outras perguntas e situações, até que possam compreender o que está sendo discutido e qual a solução para aquela determinada questão.

Por *avaliar,* entende-se que ao final desse diálogo, professor e aluno apresentaram as mesmas perspectivas, mesmo que possa haver ocorrido discrepâncias no decorrer do diálogo, a ideia é chegar a um propósito comum, que se desenvolveu no processo de investigação, em que o avaliar não se propõe avaliar o certo ou errado.

Segundo Skvosmose (2008), questões-desafio são importantes para facilitar e provocar reflexões, assim como a comunicação ativa entre professor e alunos e entre alunos. Além disso, as indagações conduziram o processo para uma investigação (BARBOSA, 2001, p.7). Ficou explícito que

> [...] não há respostas prontas, conhecimentos de antemão, para os problemas. Elas surgem através de um processo compartilhado de curiosa investigação e reflexão coletiva, com o propósito de obter conhecimento. Imprevisibilidade significa o desafio de experimentar novas possibilidades [...] (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, P. 128).

Na realização desse diálogo, destaco que a imprevisibilidade que esteve presente está de acordo com que Skvosmose (2008) chama de zona de risco. Tanto o professor quanto os alunos podem ser acometidos por dúvidas quando chegam para trabalhar, sem a proteção de “regras” de funcionamento bem conhecidas do paradigma do exercício. Assim, deixá-lo significa também deixar uma zona de conforto e entrar numa zona de risco. (ALRO; SKVOSMOSE, 2010).

Encerrada as discussões, iniciamos a pesagem dos lixos. Cada aluno levou seu diário de bordo, onde anotaram a massa do lixo trazido por eles (figura 14), e com a realização da pesagem (figura 13), responderam a seguinte pergunta: *“Qual o tamanho do meu lixo?”.*

Figura 13 – Alunos do quinto ano realizando a pesagem do lixo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Figura 14 – Aluno anotando o peso do seu lixo

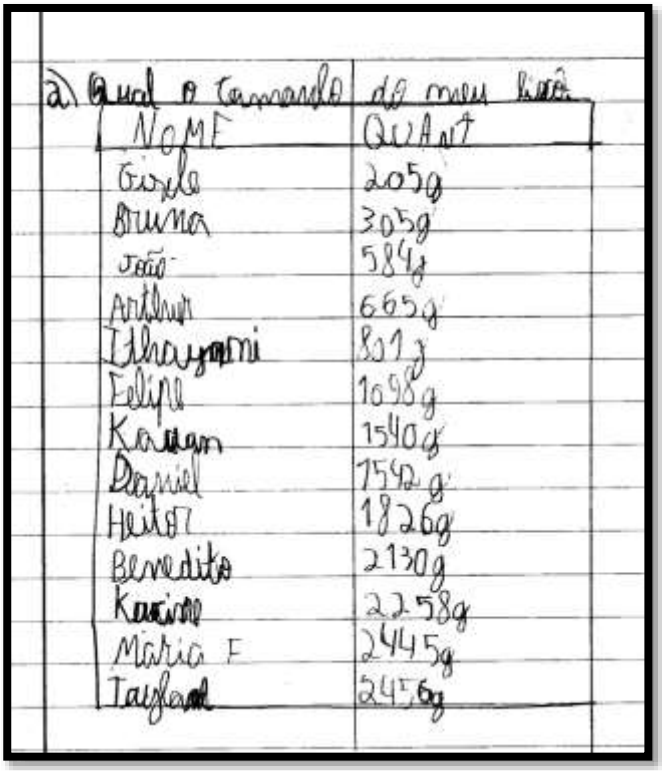


Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Realizadas as pesagens, obteve-se o seguinte resultado: A13 (2456 gramas), A12 (2245 gramas), A11 (1540 gramas), A1 (665 gramas), A2 (2130 gramas), A3 (305 gramas), A10 (2258 gramas), A9 (584 gramas), A8 (801 gramas), A4 (1542 gramas), A5 (1098 gramas), A7 (1826 gramas) e A6 (205 gramas).

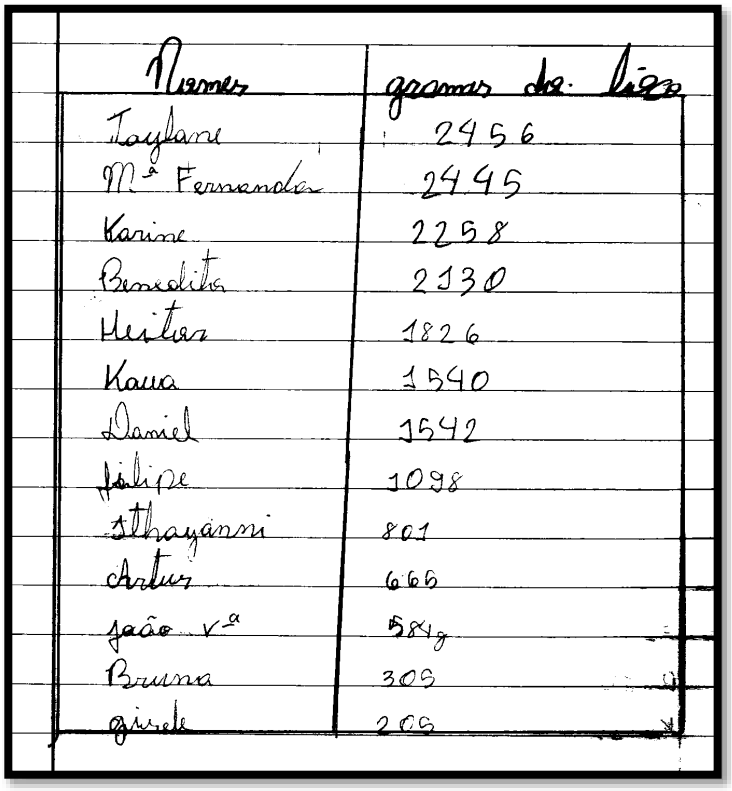
Com esses valores anotados em seus cadernos, cada aluno pôde responder a pergunta “Qual o tamanho do meu lixo?” e anotar esse valor em seu diário de bordo. Na sala de aula, cada aluno informou a sua resposta à pergunta feita e coloquei-as na lousa. Com esses dados, os alunos organizaram as tabelas e indicaram qual o total de lixo que foi coletado pela turma. Não foi estipulada nenhuma maneira de organização desses dados, permitindo que cada aluno construísse sua tabela da maneira que quisessem. As figuras 15 e 16 indicam as tabelas construídas pelos alunos A4 e A7.

Figura 15 – Construção da tabela em ordem crescente do aluno A4



Fonte: Diário de Bordo do aluno A4, 2017.

Figura 16 – Construção da tabela, em ordem decrescente, do aluno A7



Nomes	gramas de lixo
Taylane	2456
Mª Fernanda	2445
Karine	2258
Benedita	2130
Heitor	1826
Kawa	1540
Daniel	1542
Filipe	1098
Ithayanni	801
Artur	666
Jaão Vª	584g
Bruna	305
Gisele	205

Fonte: Diário de Bordo do aluno A7, 2017

Os alunos realizaram a soma dos valores e chegaram à resposta de que o total de lixo coletado pela turma do quinto ano foi de 18305 (dezoito mil, trezentos e cinco) gramas. Os dados organizados pelos alunos nas tabelas foram úteis para determinar a quantidade dos outros componentes para a construção da compostagem como também serviu de base para algumas atividades que foram propostas aos alunos nos encontros seguintes.

5.5 ENCONTRO 5

Neste encontro, iniciamos as discussões sobre as respostas obtidas sobre a pergunta *“Qual o tamanho do meu lixo?”* que envolve a grandeza massa e quanto de lixo cada aluno produziu em suas casas. Deixei que os alunos fizessem seus relatos sobre a participação deles nesta atividade e, após a conclusão de todas as falas, discutimos sobre a pesagem dos lixos.

O próximo passo foi a construção da composteira e, para isso, contamos com o apoio do professor de Agropecuária, que nos conduziu na produção da compostagem. Na

realização da atividade da pesagem do lixo, foram totalizados 18.305 gramas (dezoito mil trezentos e cinco gramas) e como foi passado pelo professor de agropecuária na aula sobre compostagem, a composteira devia ser formada por 60% de restos vegetais, 30% de lixo orgânico e 10% de restos animais.

Os alunos foram divididos em dois grupos para construir as composteiras e o lixo foi distribuído pelos dois grupos. Para melhor distribuição de quantidades, arredondei para cada grupo 9 quilos de lixo orgânico e atendendo às porcentagens acima já citadas, providenciei para cada grupo dezoito quilos de restos de vegetais e três quilos de resto animal, totalizando 30 quilos de material para produzir cada composteira. As composteiras foram construídas no chão e dentro da horta da escola, conforme delimitação prévia com barbantes o local que as mesmas seriam construídas, como visto na figura 17.

Figura 17 – Alunos delimitando o local para construir a composteira 15



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Determinado esse espaço, o professor de agropecuária começou a questionar os alunos sobre como deveria começar a fazer a composteira, pois eles já tinham visto anteriormente. Os alunos responderam dizendo que a composteira deve ser construída com 3 camadas, começando por resíduos vegetais, resíduos de comidas e depois por resíduos animais.

Atendendo à porcentagem que foi mencionada nas aulas anteriores, o professor de agropecuária enfatizou que deveriam ser construídas seis camadas, na seguinte ordem: nove quilos de resíduos vegetais, quatro quilos e quinhentos gramas de lixo e um quilo e quinhentos gramas de dejetos animais, e que depois seria necessário molhar essas três camadas para então repetir a mesma quantidade dos materiais, até utilizá-lo por completo. Nessa etapa, o professor de Agropecuária foi direcionando a quantidade de cada material utilizado. Depois que eles tinham compreendido a maneira de realizar a composteira, iniciou-se a construção, conforme as figuras 18 e 19.

Figura 18 – Alunos começando a construir a composteira



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Figura 19 – Alunos terminando a construção da composteira



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Retornando à sala de aula, solicitei aos alunos que realizassem a medição dos tamanhos dos canteiros que haviam delimitado com os barbantes. Os dois grupos esticaram os barbantes no chão da sala, representando o espaço que foi utilizado para a construção das composteiras. A figura 20 indica a ocorrência dessa atividade.

Figura 20 – Alunos determinando o tamanho dos canteiros na sala de aula



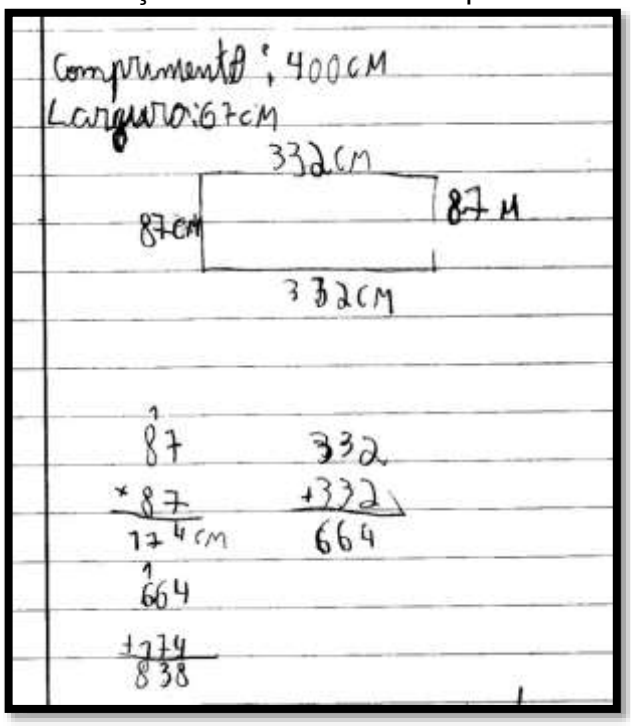
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017

Após a exposição dos barbantes no chão da sala, realizamos uma interação sobre de que forma poderíamos fazer as medições dos lados dos canteiros para a produção da composteira. Os alunos foram enfáticos em suas respostas, nas quais expuseram que determinada medição poderia ser realizada com a fita métrica ou com o metro. Após as considerações apresentadas pelos alunos, realizamos o estudo da grandeza comprimento, destacando os seus múltiplos e submúltiplos. Destaquei as unidades de medidas de comprimento mais utilizadas que são o quilometro, o metro, o centímetro e o milímetro e consegui identificar que os alunos apresentavam um conhecimento sobre essas unidades de medida.

Com o auxílio de uma fita métrica, os alunos realizaram a medição dos lados dos canteiros, convencionamos que os valores seriam apresentados em centímetros. Solicitei aos alunos que representassem algum dos canteiros exposto por meio de um

desenho em seu diário de bordo e que depois determinassem o seu perímetro. A figura 21 apresenta a resolução do aluno A1.

Figura 21 – Resolução da atividade sobre perímetro do aluno A1.



Fonte: Diário de bordo do aluno A1, 2017.

O aluno se utiliza da representação figural para identificar o canteiro e depois utiliza o registro numérico para indicar o quanto mede cada lado. Então, utiliza o registro aritmético e efetua a soma dos valores dos lados iguais. Ao somar os dois lados de 87 centímetros, ele obtém como resultado o valor de 174 centímetros. Ao realizar a soma dos outros dois lados que medem 332 centímetros cada, ele obtém como resposta o valor de 664 centímetros. Enfim, para determinar o perímetro, o estudante faz uso do registro aritmético e realiza a soma de 664 centímetros com 174, obtendo como resposta 838 centímetros. Durante todo o processo de resolução verificamos a ocorrência do tratamento, pois de acordo com Duval (2003) as transformações permanecem dentro do mesmo registro numérico.

Após essa atividade, encerramos esse encontro fazendo uma discussão sobre a atividade realizada e descrevo parte desses diálogos abaixo:

A4 – Agora aprendemos a fazer composteira, e dá para fazer em casa.

> *A6 – Se todo mundo soubesse como é simples e fácil fazer a compostagem, com certeza haveria uma redução muito grande na produção de lixo orgânico.*
>
> *A7 – Isso é verdade!*
>
> *A8 – Vou falar com meu pai! Como tem horta lá em casa, dá pra utilizar esse adubo.*
>
> *A12 – Qualquer pessoa em qualquer lugar pode fazer, até quem mora em apartamento.*
>
> *P – Viram como é importante essa conscientização? É uma ação de cidadania e conscientização que qualquer um de nós pode praticar.*
>
> *A9 – Nossa! Quanto lixo já foi jogado fora lá em casa. Agora em diante, dá pra mudar essa prática.*
>
> *A12 – A gente pode fazer mais composteiras com o lixo da escola.*
>
> *T – Isso!*
>
> *A10 – Assim estaremos dando a correta destinação para o lixo que produzimos na escola.*
>
> *P- Muito bem! Vamos começar por em prática tudo o que aprendemos aqui.*

Nesse encontro é possível identificar características da atividade de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica com aquelas apontadas por Silvia e Kato (2012). A atuação do professor é imprescindível como mediador desse processo de construção da aprendizagem, porque deve sempre conduzir esses processos. O professor não é o detentor do conhecimento e também não pode interferir com seus preceitos, no entanto, seu papel no decorrer da atividade é essencial, porque os alunos sabem que ele possui a resposta do seu problema (SILVA; KATO, 2012, p.832).

Essas características se enquadram na categoria C4 – atuação do professor como mediador, e os trabalhos em grupo atendem à unidade significante C 4.1. Considerar a cultura dos alunos também influencia na interpretação dos modelos matemáticos obtidos, visto que assim podemos destacar a importância da matemática na sociedade, já que ela foi utilizada para interpretar e/ou resolver o problema. Também fica claro que a Matemática auxilia a tomada de decisões e que é preciso compreende-la para optar por uma ou por outra resposta (SILVA; KATO, 2012, P. 831), identificando assim as unidades C3.3 – interpretar os modelos matemáticos de acordo com a realidade e C4.5 – a importância da matemática na sociedade.

Destaca-se aqui, também, com base em Silva e Kato (2012), que é natural que as soluções encontradas sejam levadas de volta ao contexto social do qual foram retiradas. Tal ação caracteriza a unidade de significado C2.2 (em que são necessárias algumas mudanças de atitude em relação a determinada solução), ou ainda uma nova maneira de se posicionar na sociedade, de modo a praticar ações comunitárias que visam a mudança, de acordo com a unidade C2.1.

5.6 ENCONTRO 6

Essa interação teve início com as discussões em torno da pergunta “Qual o tamanho do meu lixo?”, sobre as grandezas massa e comprimento e da construção da composteira.

> *P – Quando realizamos a pesagem do lixo, a balança indicou a massa em gramas. É a única medida que podemos indicar a massa?*
>
> *A4 – Pode ser representado em quilos também.*
>
> *P – Somente gramas e quilos?*
>
> *A11 – Pode ser em miligramas também.*
>
> *P – Alguma outra unidade?*
>
> *A1 – Eu acho que sim.*
>
> *A7 – Não sei, acho que não.*
>
> *A7 – Tem outras unidades de medidas, mas não sei o nome.*
>
> *P – Exatamente. Há outras medidas. E será que eu consigo informar um valor em qualquer medida?*
>
> *A6 – Eu acho que sim!*
>
> *A4 – Consegue sim! É só fazer a vírgula andar as casas decimais.*
>
> *P – Como é esse “andar com as casas decimais”?*
>
> *A10 – O quilograma é 1000 vezes maior que o metro, e o miligrama é 1000 vezes menor. É só saber isso e dá pra fazer as transformações.*
>
> *P – Está certo. Temos as unidades maiores que o grama que são: o quilograma que é mil vezes maior, hectograma que é cem vezes maior e o decagrama que é 10 vezes maior.*
>
> *A13 – Ah, tá! E então os menores seguem a mesma ordem, mas só que são menores.*
>
> *A2 – Também acho que é assim*

> *P – Exatamente. O decigrama é dez vezes menor que o grama, o centigrama é cem vezes menor e o miligrama é mil vezes menor.*
>
> *A4 – Os menores que o grama já começam com as iniciais do número que indica quantas vezes é menor, o decigrama lembra dez, o centigrama lembra cem e o miligrama lembra mil.*
>
> *A9 – Verdade!*
>
> *P – Exatamente. Então, vamos ver como funciona essas unidades.*

Na interação 5, assim como ocorrido na primeira, é possível saber pela fala dos alunos que eles identificam o mesmo objeto matemático em diferentes representações. Quando faço a pergunta: "*Quando realizamos a pesagem do lixo, a balança indicou o peso em gramas. É a única medida que podemos indicar a massa?"* e os alunos A4 e A11 respondem que não, percebe-se que há uma compreensão que o mesmo número pode ser escrito de outra forma, que nada mais é a mobilização simultânea do mesmo objeto em diferentes registros. Nessa situação, evidencia-se a ocorrência do tratamento, em que o objeto permanece dentro do mesmo registro.

Observamos que os atos dialógicos estão presentes na interação 5, caracterizando assim um diálogo. Corroborando com Alro e Skovsmose (2010), o *estabelecer contato* numa atividade de cooperação investigativa é uma preparação para a investigação, é estar presente e prestar atenção no outro, e esse momento ocorre quando utilizo o verbo na primeira pessoa do plural, ao fazer a pergunta inicial *"É a única medida que podemos indicar o peso?"*. Já o processo de *perceber*, dentro de um modelo de cooperação, significa expor suas próprias perspectivas para o grupo, o que se faz presente na fala do aluno A4 *"Pode ser representado em quilos também".*

Examinar perspectivas e ideias que foram percebidas abre o caminho para que se *reconheça* uma concepção e a faça conhecida por todos os envolvidos na investigação (ALRO e SKOVSMOSE, 2010, p.109). Tal ação é percebida nesse diálogo pela fala do aluno A4 *"Consegue sim*! *É só fazer a vírgula andar as casas decimais*" e do A10 "*O quilograma é 1000 vezes maior que o metro, e o miligrama é 1000 vezes menor. É só saber isso e dá pra fazer as transformações*".

Para Alro e Skvosmose (2010) *posicionar-se* pode contribuir para a construção de uma perspectiva comum. Esse ato significa dizer o que se pensa e, ao mesmo tempo,

estar receptivo à crítica de suas posições e pressupostos. Percebemos essa ação presente nas falas dos alunos A13 "*Ah, e então os menores seguem a mesma ordem, mas só que são menores*".

Pensar alto significa expressar pensamentos e ideias durante o processo de investigação. Expressar o que se passa dentro de si expõe perspectivas à investigação coletiva. A fala do aluno A4 *"Os menores que o grama, já começam com as iniciais do número que indica quantas vezes é menor, o decigrama lembra dez, o centigrama lembra cem e o miligrama lembra mil"* exprime o seu pensamento sobre os submúltiplos do grama.

Desafiar significa tentar levar as coisas para outra direção ou questionar conhecimentos ou perspectivas já estabelecidas. Tal desafio pode se aplicar tanto à perspectiva de quem é desafiado quanto à de quem o propõe (ALRO e SKVOSMOSE, 2010, p.116). Destacamos a ocorrência dessa ação nas falas do pesquisador *"Somente gramas e quilos?"* e *"Como é esse 'andar com as casas decimais'?"*

Segundo Alro e Skvosmose (2010), o ato de *reformular* significa repetir o que já foi dito com palavras ligeiramente diferentes ou com um tom de voz diferente. Visualizamos a ocorrência desta ação na fala do aluno A13 *"Ah, tá! E então os menores seguem a mesma ordem, mas só que são menores"*.

O último ato dialógico é o avaliar, que pode assumir várias formas e, pressupõe-se apoio, crítica e feedbacks construtivos.

Destaca-se também na interação 05, quando pergunto *"É a única medida que podemos indicar a massa?"*, a resposta do aluno A4: "*Pode ser representado em quilos também"*. Esse retorno explicita que o aluno consegue identificar que o mesmo objeto matemático pode ser representado de outra forma. Percebe-se que ocorre um tratamento, pois independentemente de qual unidade de medida seja usada, o objeto permanecerá no registro numérico.

Identificamos a mesma ideia na fala do aluno A11 porque, apenas pelo diálogo, ele consegue identificar outra representação para o objeto matemático. O aluno A10 em

sua fala, além de identificar que o mesmo objeto pode ter diferentes representações, também indica a sua perspectiva quanto à maneira de se obter as demais representações.

Os alunos A13 com sua fala "*Ah tá! E então os menores seguem a mesma ordem, mas só que são menores"* e A4, que diz: "*Os menores que o grama, já começam com as iniciais do número que indica quantas vezes é menor, o decigrama lembra dez, o centigrama lembra cem e o miligrama lembra mil"* corroboram com a ideia de Duval (2013) que diz que há várias possibilidades de tratamento e estes dependem do sistema de representação utilizado, implicando na existência de regras de tratamentos próprias a cada registro.

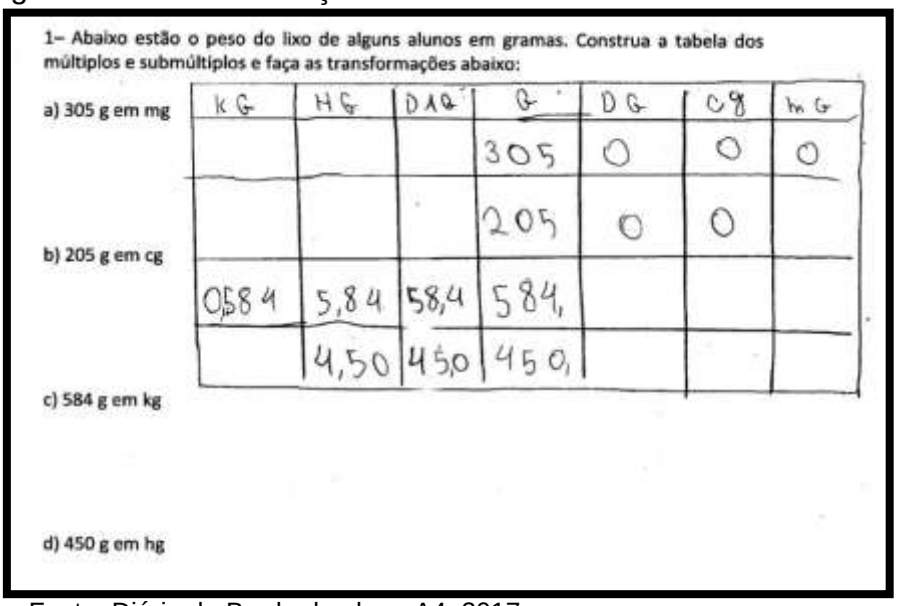
Os valores que os alunos anotaram ao responderem a pergunta "*Qual o tamanho do meu lixo?*" bem como a quantidade dos demais materiais para a construção da composteira deram origem à tabela produzida por eles. Tais valores, por sua vez, dão suporte para a elaboração das atividades envolvendo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, que trata da aprendizagem do objeto matemático. O objeto matemático que emergiu do processo de medição foram as grandezas massa e comprimento, objeto de estudo desta pesquisa.

De acordo com Duval (2003), a coordenação simultânea de ao menos dois registros de representação não se opera espontaneamente, devendo ser estimulada pelo professor. Assim, tendo a prática pedagógica de modelagem na perspectiva sociocrítica desencadeando o processo matemático de medição feito pelos alunos, elaborei as questões de 1 a 7 descritas a seguir, investigando a aprendizagem da grandezas massa e comprimento.

Nessa aula, os alunos fizeram as atividade propostas (ANEXO I) e foram organizados em grupos espontaneamente e podiam trocar as informações uns com outros a qualquer momento. Durante esse tempo, eu passava entre os grupos acompanhando os trabalhos sem apresentar nenhuma intervenção, os quais depois foram recolhidos e analisados por mim.

A primeira atividade tinha como proposta que os alunos transformassem as unidades de gramas para outras unidades de medidas. A figura 22 apresenta a resolução do aluno A4.

Figura 22 – Transformação das unidades de medida do aluno A4



Fonte: Diário de Bordo do aluno A4, 2017.

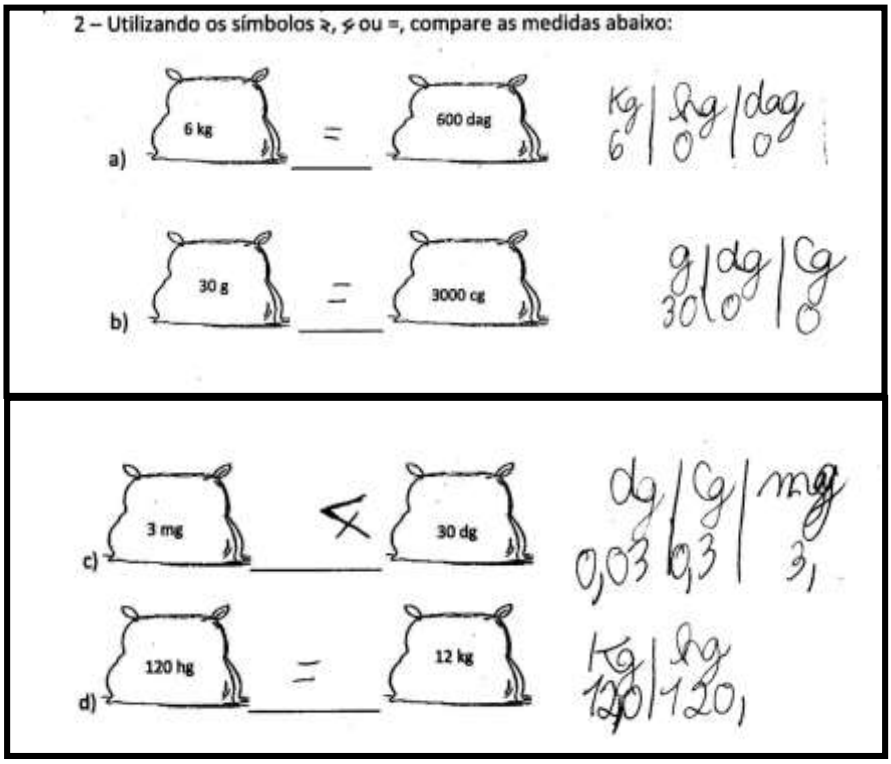
Todas as questões apresentavam os valores no registro numérico, expresso em uma determinada unidade de medida e solicitavam que fossem representados em outras unidades de medidas. O aluno A4 fez o desenho de uma tabela e identificou as unidades maiores e menores que o grama.

Ao apresentar a resolução da atividade, observa-se que o objeto matemático estudado permaneceu dentro do mesmo registro numérico, ocorrendo o tratamento, que segundo Duval (2003), são transformações dentro de um mesmo sistema de registro. Nas primeiras questões dessa atividade, no caso, as letras a e b, a representação permanece dentro do mesmo registro numérico. Nas duas questões finais, a reposta correta será representada no registro numérico decimal.

A segunda atividade tinha como proposta apresentar o mesmo objeto matemático sob diferentes representações. Foram apresentados valores expressos em unidades diferentes, e o comando era que o aluno comparasse esses valores utilizando os

símbolos de menor, maior ou igual. Na figura 23, apresento a resolução da atividade realizada pelo aluno A1.

Figura 23 – Resolução da atividade 2 do aluno A1

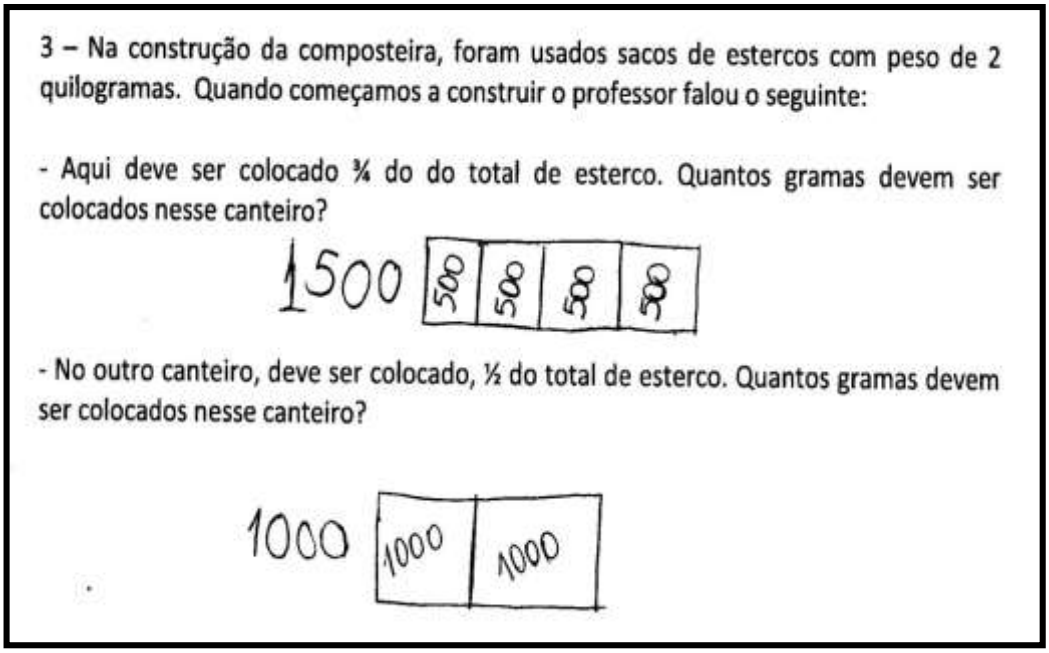


Fonte: Diário de Bordo do Aluno A1, 2017.

O desenvolvimento dessa questão também aborda o tratamento, mas sob outro olhar. Os valores estão expressos no desenho e ao aluno cabia compará-los e depois expressar o resultado, através dos símbolos solicitados. O aluno A1 utilizou o valor do primeiro desenho de cada questão em relação ao segundo e propôs o cálculo ao lado do desenho para obter o resultado. Observa-se que o desenho não influencia na resolução da atividade, uma vez que serve apenas de ilustração. Assim como na primeira atividade o aluno obteve a solução dentro do mesmo registro de representação, no caso, o numérico, e depois realizou as comparações entre os valores de cada desenho.

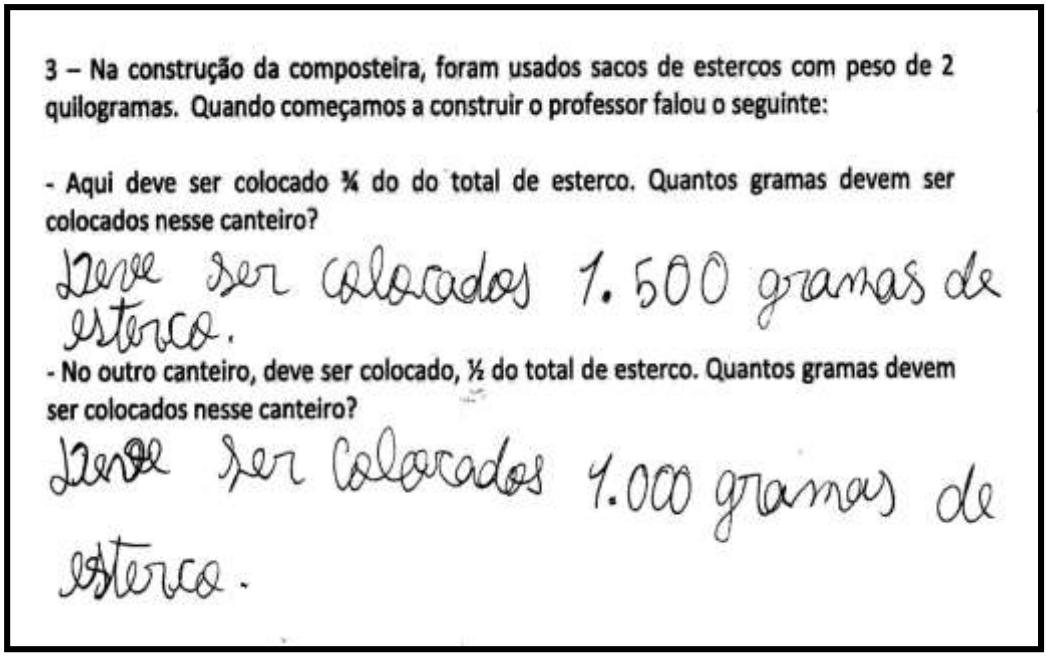
A terceira atividade apresentava determinada informação expressa na forma numérica: 2 quilogramas, e depois solicitava ao aluno que respondesse a duas perguntas sobre esse valor. As resoluções dos alunos A3, A6 e A12 encontram-se nas figuras 24, 25 e 26.

Figura 24 – Resolução da atividade 3 do aluno A3



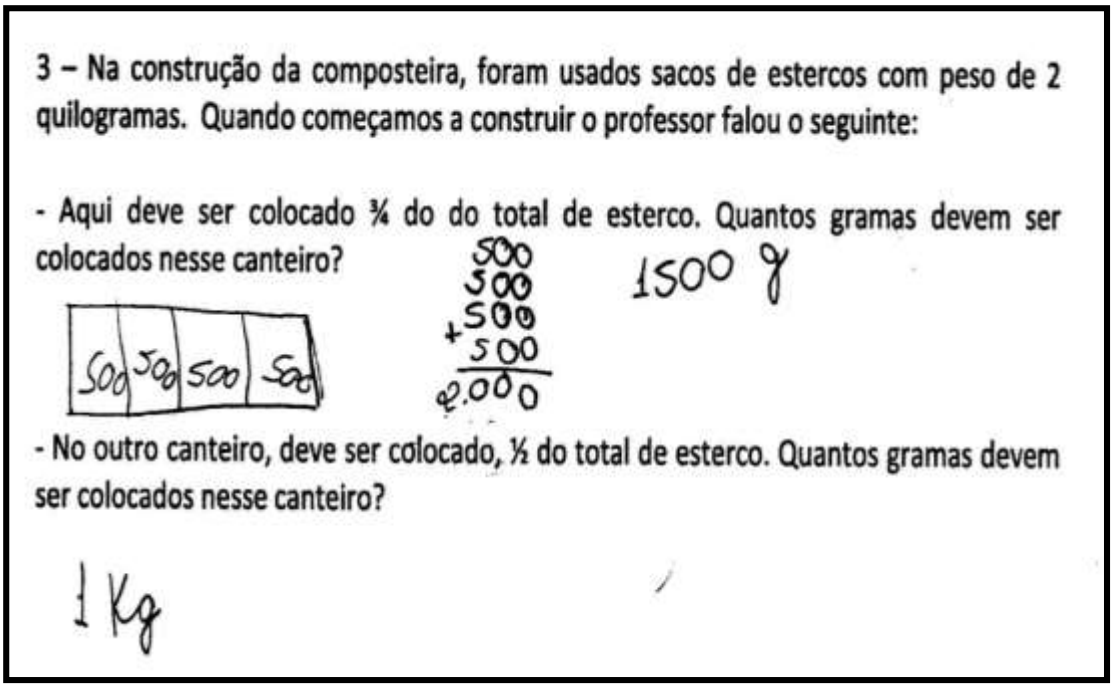
Fonte: Diário de bordo do aluno A3, 2017.

Figura 25 – Resolução da atividade 3 do aluno A6



Fonte: Diário de Bordo do aluno A6, 2017.

Figura 26 – Resolução da atividade 3 do aluno A12



Fonte: Diário de bordo do aluno A12, 2017.

Inicialmente, o aluno A3 realiza um tratamento, visto que ele transforma os 2 quilogramas em dois mil gramas, permanecendo dentro do mesmo registro numérico. Dando continuidade para obter a resposta do problema, o aluno utiliza outra representação, a figural. Ele desenha e divide a figura em quatro partes iguais e depois indica quanto vale cada uma das quatro partes, respondendo assim a letra a. Depois faz novamente a representação figural e divide o retângulo em duas partes, agora indicando quanto vale cada uma das partes. É possível que o aluno A3 tenha utilizado o registro aritmético, por meio da operação da divisão, para determinar o quanto valia cada parte, mas ele não deixa registrado no papel a maneira pela qual obteve essa resposta. Com isso, o aluno A3 determina as respostas das letras a e b da questão de número 3.

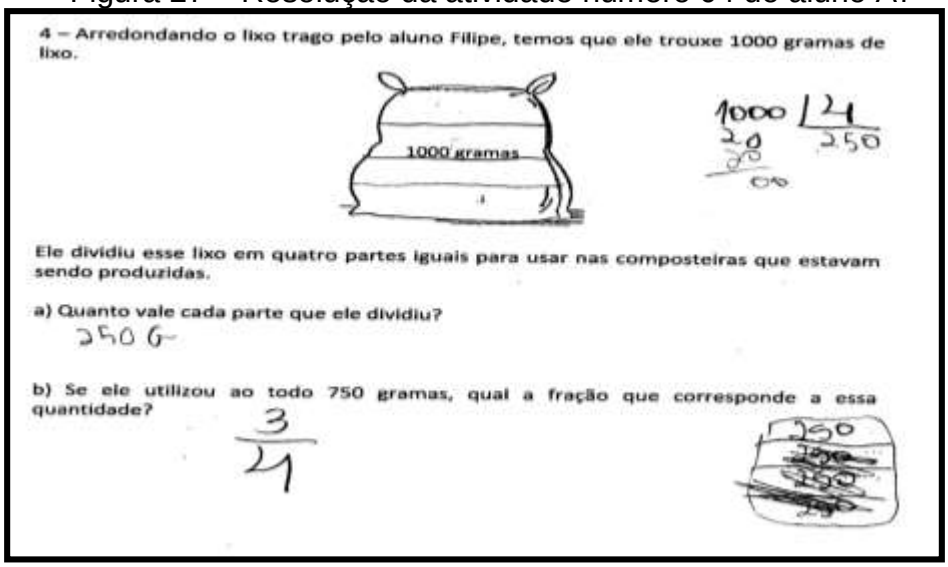
O aluno A6 se utiliza da linguagem natural para expor sua resposta. Em sua resolução é possível inferir que ele realizou o tratamento, pois o título apresenta o valor em quilogramas e suas respostas foram dadas em gramas. Assim como na resolução do aluno A3, pode-se considerar que seja possível que o aluno tenha utilizado do registro aritmético para obter suas respostas, mas não deixou essa informação em seus registros.

O aluno A12, para obter o valor indicado de $\frac{3}{4}$, entendeu que primeiramente precisava transformar esses dois quilos de esterco em gramas, ocorrendo assim a operação do tratamento. Depois representou o saco de esterco com um desenho e fez a divisão dessa figura em quatro partes iguais. Tal procedimento é identificado por ele através da representação figural e desta ele inferiu que cada uma das partes vale 500 gramas na letra a. A confirmação desse valor se deu através da representação aritmética, representada pela operação da adição, determinando que ¾ correspondem a 1500 gramas, ocorrendo a operação da conversão. Para responder a letra b, ele realizou novamente um tratamento, dado que indicou a resposta em quilos e não mais em gramas.

Observa-se que os alunos realizaram as transformações que foram externas ao registro de representação de partida, de modo que ocorre mudança de sistema de registro. Nesta se evidencia a ocorrência da conversão, ou seja, a transformação da representação de um objeto dado em um sistema de registros em outra representação do mesmo objeto em outro sistema de registros, conservando a sua totalidade ou parte do objeto em questão (SILVA, 2008, p.57).

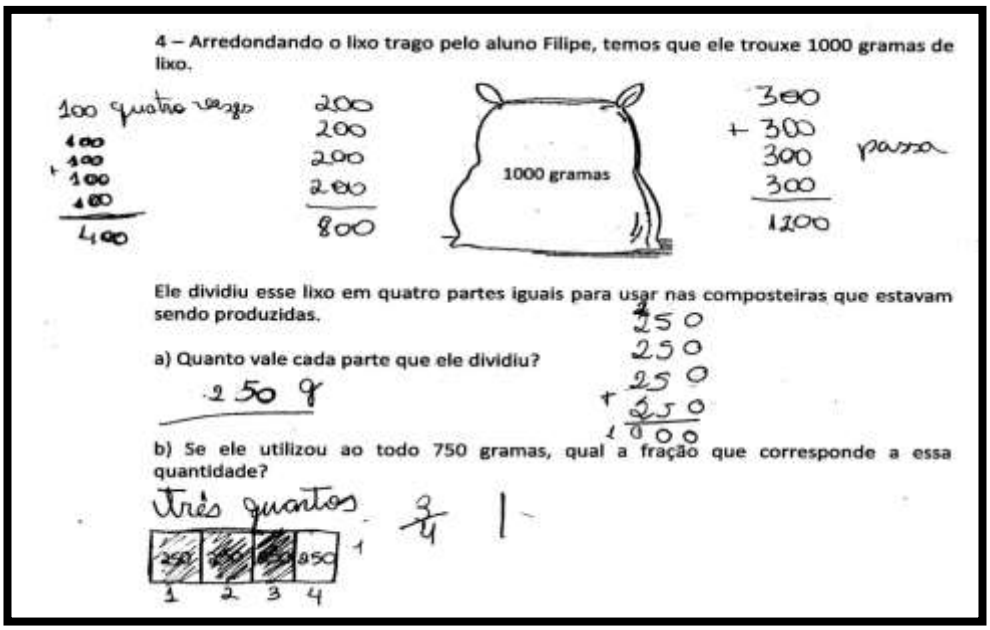
A atividade 4 apresenta um saco com o valor de 1000 gramas e pede ao aluno que responda algumas perguntas. Nas figuras 27 e 28 apresento a resolução do aluno A7 e do aluno A9.

Figura 27 – Resolução da atividade número 04 do aluno A7



Fonte: Diário de bordo do aluno A7, 2017.

Figura 28 – Resolução da atividade número 04 do aluno A9



Fonte: Diário de Bordo do aluno A9, 2017.

O aluno A7 partiu do registro numérico e utilizou o registro figural para obter a resposta da primeira pergunta. Ele dividiu a embalagem em quatro partes iguais e recorreu ao registro aritmético para descobrir qual o valor de cada parte. Na resolução apresentada para a letra a do problema, evidencia-se a ocorrência da conversão, uma vez que o aluno utilizou a representação figural e o registro aritmético para chegar ao resultado final.

Na resolução da letra b, o aluno novamente recorreu à representação figural para identificar a sua resposta. Ele desenhou a embalagem e a dividiu em quatro partes iguais, conforme realizou na atividade anterior, e inferiu que cada parte correspondia a 250 gramas. Para determinar os 750 gramas em forma fracionária, ele mostrou, com as partes pintadas, que correspondem ao valor solicitado, assim concluiu que das 4 partes pintadas na embalagem, três partes foram utilizadas, o que corresponde à fração $\frac{3}{4}$. Uma nova conversão ocorreu aqui, visto que o mesmo objeto matemático se faz representado de formas diferentes, isto é, houve a transformação da representação em um outro registro, ou seja, o registro de partida é diferente do registro de chegada (DAMM 2012, P. 180).

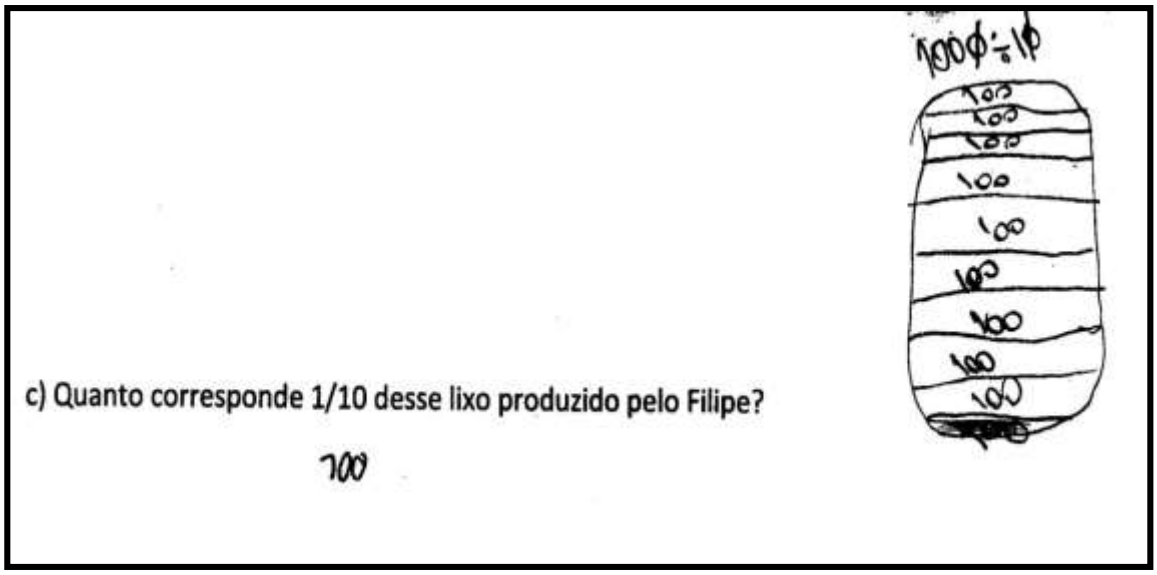
A resolução apresentada pela aluna A9 mostra que foi utilizado o registro aritmético para indicar qual o valor de cada parte. Evidencia-se que a aluna realizou tentativas através da representação aritmética para obter o valor de 1000 gramas. Primeiro, a aluna fez a representação aritmética deduzindo que cada parte vale 100 gramas e com o resultado, identificou que essa não é a resposta da questão. Depois efetuou novamente o registro aritmético com cada parte valendo 200 gramas e obteve como resposta 800 gramas, não obtendo o valor do lixo trazido pelo aluno, conforme o problema.

Na busca de obter sua resposta, a aluna aplicou a representação aritmética, deduzindo que cada parte vale 300 gramas, e obteve como resposta final 12 00 gramas, que ultrapassa o valor fornecido pelo problema. Percebe-se que a aluna indica, no final desta representação, a palavra “passa”, entendendo que não pode ser a resposta. Afinal, para responder a letra a, a aluna concluiu que sua resposta está entre 200 e 300 gramas e, enfim, fez uso da representação aritmética identificando que cada parte vale 250 gramas, concluindo assim sua resposta.

Para responder a letra b, a aluna partiu do registro numérico, 750 gramas, e utilizou o registro figural. A aluna desenhou uma figura, partiu-a em quatro partes iguais e colocou o valor de 250 gramas dentro de cada parte. Percebe-se que debaixo de cada parte da representação figural ela identifica os números 1, 2, 3 e 4 e, por fim, pintou as 3 partes que são indicadas. Com isso, entendeu que 750 gramas correspondem a $\frac{3}{4}$ no registro numérico fracionário, evidenciando a ocorrência da conversão.

A atividade proposta ainda fazia a terceira pergunta, de acordo com a figura 29.

Figura 29 – Continuação da atividade número 04 do aluno A7

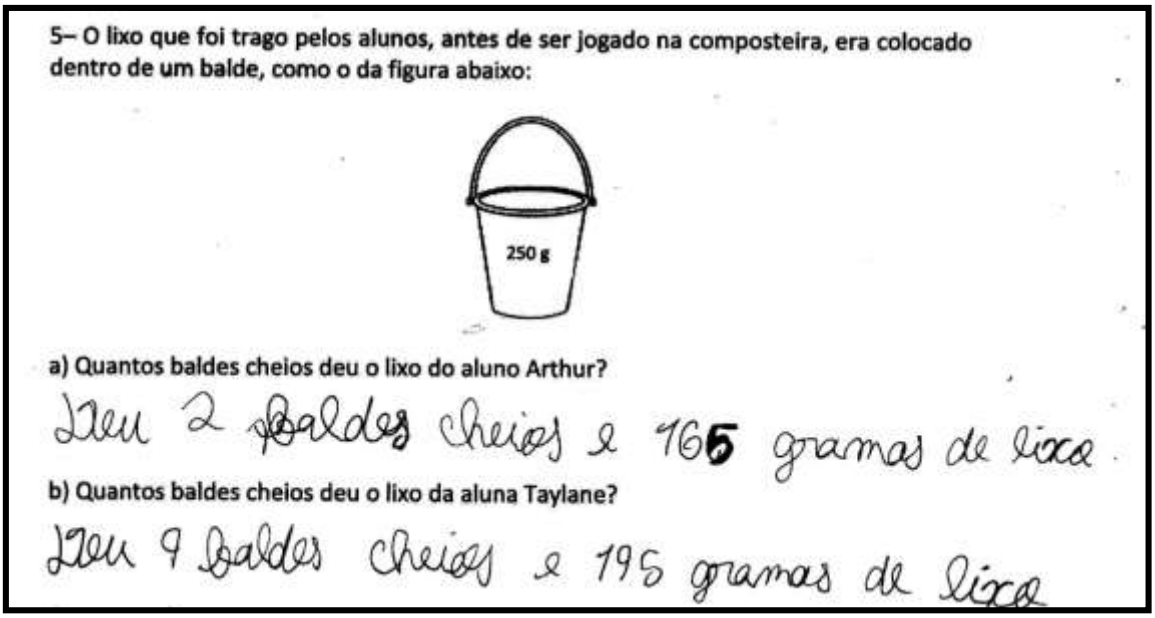


Fonte: Diário de bordo do aluno A7, 2017.

A resolução apresentada pelo aluno seguiu a mesma ideia da anterior. Ele sai do registro numérico e parte para o registro figural para atender o que foi solicitado. O estudante dividiu a embalagem em 10 (dez) partes iguais e depois deduziu que cada parte corresponde a 100 gramas pelo registro aritmético, ao realizar a operação da divisão. Também conclui que dessas dez partes, apenas uma será utilizada, entendendo que 100 gramas é a resposta para o que foi solicitado. As respostas dadas à questão c apresentam a utilização da conversão, pois a operação cognitiva de conversão envolve diferentes representações semióticas para o mesmo objeto matemático. Ela requer do sujeito o estabelecimento da diferença entre representante e representado, ou seja, entre forma e conteúdo de uma representação semiótica. De acordo com Duval (2009, p.59), “sem a percepção dessa diferença, a atividade de conversão torna-se impossível ou incompreensível”.

Para resolver a próxima atividade, os alunos deveriam retornar à tabela construída por eles após a pesagem para buscar as informações solicitadas. Essa atividade apresentava um balde de 250 gramas e perguntava quantos baldes de lixo resultaria na quantidade traga por alguns alunos. A figura 30 apresenta a resolução do aluno A10.

Figura 30 – Resolução da atividade número 05 do aluno A10

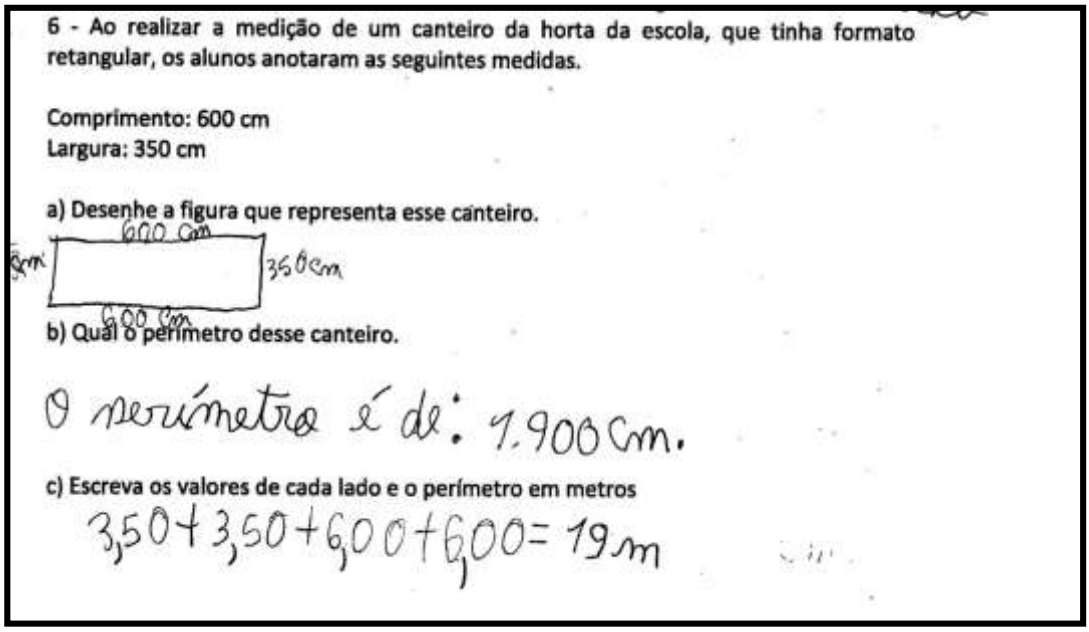


Fonte: Diário de bordo do aluno A10, 2017.

Consultando a tabela, o aluno deveria buscar o valor total de lixo trazido por alguns alunos e verificar quantas vezes esse valor do lixo caberia no balde. O primeiro aluno coletou 665 gramas e o segundo trouxe 2445 gramas. Destacamos aqui que para obter as respostas solicitadas, as apresentadas pelo aluno A10 se deram no registro natural, pois ele se utilizou da língua para expressar sua resolução. Infere-se que o aluno possa ter utilizado do registro aritmético para chegar as conclusões apresentadas, mas desenvolvendo esses cálculos mentalmente.

A atividade de número 6 aborda a grandeza comprimento. Os valores apresentados comos os lados do canteiro correspondem às medições realizadas pelos alunos no dia da construção da compostagem. A figura 31 apresenta a resolução da atividade pelo aluno A1.

Figura 31 – Resolução da atividade número 6 do aluno A1



Fonte: Diário de bordo do aluno A1, 2017.

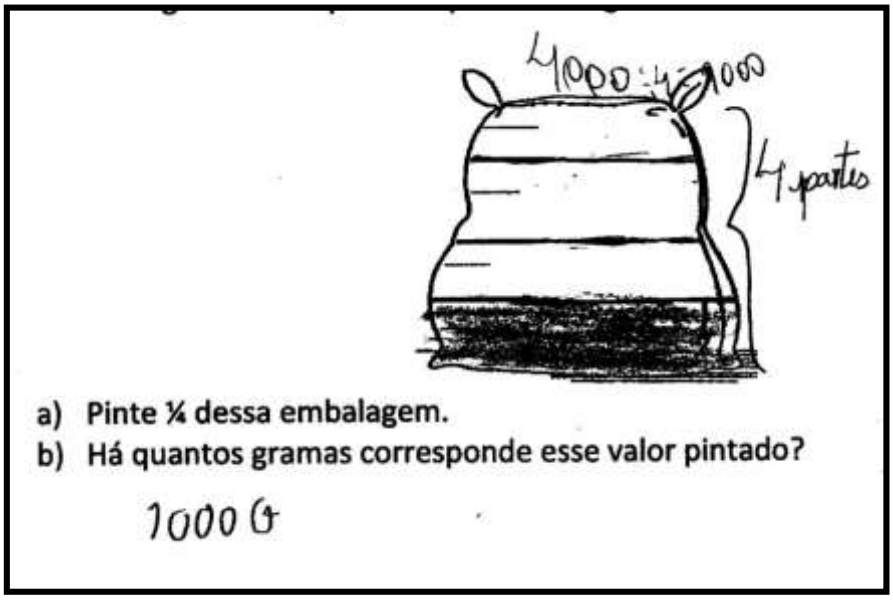
Destacamos que mesmo utilizando uma figura para responder a primeira pergunta, não foi realizada uma conversão, visto que ela não seria necessária para responder o que estava sendo solicitado, bastando ao aluno apresentar a figura de um retângulo e distribuir os valores pelos seus quatro lados.

Na questão seguinte, o aluno foi solicitado a determinar o perímetro da figura determinada por ele na questão anterior na mesma unidade. O aluno apresenta apenas a resposta final que é 1900 centímetros, daí infere-se que ele tenha utilizado o registro aritmético para obter a solução.

A próxima questão solicita que os alunos escrevam o resultado que obtiveram na questão b, expressa em centímetros, em metros. O aluno A10 realiza a transformação dos quatro valores que correspondem ao valor de cada lado da figura, mantendo as respostas dentro do mesmo registro numérico, identificando a ocorrência do tratamento.

A questão de número 7 apresenta uma embalagem de 4 quilogramas e pede que o aluno pinte $\frac{1}{4}$ dessa embalagem e depois indique esse valor em gramas. Na figura 32 temos a resolução desta atividade do aluno A5.

Figura 32 – Resolução da atividade de número 07 do aluno A5



Fonte: Diário de bordo do aluno A5, 2017.

Observamos que o problema começa informando a representação numérica de uma embalagem de 4 kg e pede que o aluno indique $\frac{1}{4}$ desse valor, utilizando a representação figural. O aluno realizou o tratamento ao transformar os 4 quilos em 4000 gramas, mantendo-se no mesmo registro: o numérico. Mesmo não sendo o aluno quem tenha desenvolvido o desenho, ele dividiu o inteiro em 4 partes iguais e depois confirmou quanto vale cada parte através da realização do registro aritmético (divisão).

Destaca-se aqui a operação da conversão, pois ele necessitou da representação figural para determinar quanto corresponderia a parte $\frac{3}{4}$ e depois utilizou a operação do tratamento para indicar quanto vale cada parte, com a representação numérica. A operação de conversão tem como característica conservar a referência ao mesmo objeto matemático. Para que o sujeito não confunda o objeto a ser estudado com o conteúdo de sua representação, é necessário dispor de, ao menos, dois registros de representação, de modo que esses dois sejam percebidos como representando o

mesmo objeto (PIROLA, 2012, p. 37). Com essa resolução o aluno compreende que $\frac{1}{4}$ dessa embalagem, corresponde a mil quilogramas.

5.7 ENCONTRO 7

Iniciamos essa aula fazendo uma análise de toda a nossa atividade durante esses dias, nos quais destacamos a ideia da problemática do lixo, os apontamentos sobre a atividade da produção de adubo orgânico e as considerações dos alunos sobre a atividade realizada com eles.

A prática da modelagem sociocrítica propiciou aos alunos buscar dados na própria realidade, organizá-los e interpretá-los. Ao retomarmos a questão inicial – Qual o tamanho do meu lixo*?* –, os alunos se auto avaliaram como produtores de lixo e reconheceram a necessidade de se buscar mecanismos de redução e soluções por meio da reciclagem.

Assim, para finalizar a atividade desenvolvida, era preciso escutar as opiniões dos alunos, que foram os mais interessados nesse processo de desenvolvimento de uma atividade de modelagem na perspectiva sociocrítica. Procurei trazer o olhar do aluno sobre a modelagem sociocrítica desenvolvida, conforme apresentamos na Interação 6.

> *A13 – Eu achei bem legal!*
>
> *A11 – As aulas foram ótimas! A nossa participação foi importante nessa atividade e foi legal coletar o lixo, pesar, fazer a compostagem!*
>
> *A2: Hoje eu sei que todos nós somos produtores de lixo, mas também sei que há ações que podem ajudar a diminuir a quantidade de lixo.*
>
> *A4: Gostei de tudo. Aprendi muita coisa de uma forma diferente!*
>
> *A5: Gostei de tudo. De aprender da compostagem, das composteiras, de estudar as grandezas massa e comprimento. Foi bom trabalhar com você!*

> *A3: Foi tudo muito interessante. Nunca imaginei que a gente resolveria o problema do lixo através de matemática.*
>
> *A6: A gente pode mostrar como fazer a compostagem pra várias pessoas, não precisamos guardar só com a gente e também em nossas casas e na escola.*
>
> *A13 – Nós estudamos tanta coisa em um mesmo assunto: vimos tabelas, gráficos, contas, grandezas massa e comprimento. Foi superinteressante!*

Na interação 6 destacam-se algumas das características de Silva e Kato (2012) que definem uma atividade de Modelagem Matemática na perspectiva sóciocítica. De acordo com as autoras, quando se trabalha na perspectiva sociocrítica, os alunos têm interesse em resolver ou estudar algo que tenha significado para eles e que se torne real. Além disso, a forma como o problema foi apresentado aos alunos indica, no primeiro momento, que eles não são problemas matemáticos ou que, aparentemente, envolvem alguma matemática. Essa escolha considera a cultura do grupo e também da comunidade à qual pertencem, o que envolve, igualmente, os conhecimentos que já possuem (matemáticos ou não).

Considerar a cultura dos alunos também influencia na interpretação dos modelos matemáticos obtidos. É preciso verificar a solução encontrada dentro do contexto em que estão inseridos. Isso propicia a discussão da Matemática na sociedade, a pensar de que forma a Matemática foi utilizada para interpretar e/ou resolver o problema, e que essa ciência também auxilia na tomada de decisões, que é preciso compreendê-la para optar por uma ou outra resposta (SILVA; KATO, 2012, p.831).

Na interação 6 identificamos vários elementos da característica C2 – *participação ativa do aluno na sociedade* e de suas unidades constituintes. Na fala do aluno A6 as unidades constituintes C.2.1 – desenvolvimento de ações comunitárias, C.2.2 – extensão para o contexto social e C.2.3 – atuação crítica na sociedade se fazem presentes. Segundo as autoras, para a realização destas propostas são necessárias algumas ações, por parte do aluno, que evidenciem mudanças na atitude em relação a determinada situação ou, ainda, uma nova maneira de se posicionar na sociedade.

Um exemplo são as ações comunitárias que visam mudanças na sociedade em que estão inseridos.

Na fala do aluno A3 identificam-se as unidades constituintes C.2.4, C.3.5 e C.4.5 – importância da Matemática na sociedade. Com base nas autoras, as discussões levam os alunos a compreender o papel da Matemática na sociedade, a pensar de que forma a Matemática foi utilizada para interpretar e/ou resolver o problema, e que a Matemática também auxilia na tomada de decisões, que é preciso compreendê-la para optar por uma ou outra resposta. Evidencia-se que os discursos dos alunos revelam que a comunicação foi importante para a aprendizagem. Conforme destaca Skvosmose (2014), os processos de interação e comunicação desempenham um papel relevante em processos de pesquisa; neste caso, a pesquisa foi responder matematicamente ao desafio: *qual o tamanho do lixo?*

A figura 33 identifica o momento do encerramento das atividades com a turma do quinto ano, após a realização das discussões descritas na interação 06.

Figura 33 – Encerramento das atividades com a turma do quinto ano.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Com base na descrição da prática da modelagem sociocrítica e das análises feitas à luz do referencial teórico que embasa esta pesquisa, é possível tecer algumas conclusões que respondem a priori à questão norteadora e aos objetivos deste trabalho.

6 PRODUTO EDUCACIONAL

Produzi um guia didático articulando a teoria e a prática que sustentaram esta pesquisa, pois entendo que elas caminham juntas no desenvolvimento profissional docente. Olhei para a sala de aula numa vertente didática com foco no ambiente de aprendizagem e numa vertente cognitiva com destaque para aprendizagem das grandezas massa e comprimento.

Minha proposta é que, ao descrever a experiência vivenciada na sala de aula, eu possa contribuir para que os professores reflitam sobre a própria prática pedagógica, encontrando, no guia, subsídios, para desenvolver uma prática de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica.

Procuro situar o professor numa proposta pedagógica que contemple as preocupações da educação matemática crítica, por acreditar na necessidade de desenvolver nos alunos uma competência democrática.

Destaco a importância da comunicação e das interações no processo ensino e aprendizagem de matemática, bem como a de uma teoria que trate especificamente da aprendizagem dos objetos matemáticos: neste estudo, a aprendizagem das grandezas massa e comprimento.

Assim, apresento o produto educacional no site de acesso livre do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat). O guia é intitulado: Lixo, lixinho, lixão: que massa e comprimento têm? Série Guias Didáticos de Matemática nº 52.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A discussão inicial que me propus investigar e que considero uma das mais importantes, diz respeito às dificuldades da aprendizagem em matemática. Quando se envereda por essa vertente, várias são as discussões que norteiam essa temática. Não se pode negar que ela é uma realidade nas escolas de nosso país, fato que acarreta resultados insatisfatórios (tanto para o professor como para o aluno), tais quais pouca aprendizagem e desvinculação da presença da matemática no cotidiano dos alunos.

Quando entrei no mestrado e tive meu primeiro contato com a modelagem matemática, comecei a entender que diante de mim estava a possibilidade de pelo menos tentar proporcionar aos alunos algo diferente que pudesse de alguma forma despertar seu interesse na aprendizagem da matemática. Como não possuía nenhuma referência de Modelagem, precisava me apropriar de seus conceitos, do que se tratava, de seu surgimento e sua evolução, de seus idealizadores, enfim, precisava adquirir todos os conhecimentos necessários que me permitissem utilizá-la em minha pesquisa.

A partir das leituras realizadas e dos primeiros conhecimentos adquiridos, foquei na perspectiva sociocrítica da modelagem, cujo olhar também se voltava para a realidade do aluno, indo ao encontro de todo o contexto que busquei apresentar na introdução desta pesquisa. Nesse sentido, não havia como se omitir dos conceitos e princípios da Educação Matemática Crítica, inseridos também nessa perspectiva da modelagem. Percorridos alguns passos desse processo, algumas questões ainda precisavam ser resolvidas. Duas delas eram escolher o local da minha pesquisa e qual problema da realidade desses alunos serviria de pressuposto para o estudo.

Enquanto não tinha essas definições, continuava minha leitura sobre modelagem matemática, ao passo que comecei a perceber que não existiam muitos trabalhos direcionados aos anos iniciais do ensino fundamental. A partir daí direcionei minha atenção para essa situação e, então, decidi que minha pesquisa seria desenvolvida com os alunos dos anos iniciais. Pontuo aqui que acredito que essa pesquisa muito

tem a contribuir para o avanço da Modelagem Matemática, uma vez que, como já mencionado no início dessa dissertação, poucas são as produções de Modelagem nos anos iniciais que situam a investigação dentro desse contexto. Visualizo essa pesquisa como um exemplo de práticas pedagógicas que podem ser inseridas tanto nas aulas de matemática nos anos iniciais e finais do ensino fundamental, quanto no ensino médio e superior, a partir da Modelagem na perspectiva sociocrítica. Que ela sirva de estímulo para a reflexão da utilização da Modelagem, inclusive nos anos iniciais do ensino fundamental!

A escolha da instituição de ensino teve um significado muito importante para mim, visto que ali tive oportunidade de ser aluno durante 8 anos, também onde, anos mais tarde, lecionei por dois anos e, agora, voltava como pesquisador. Escolhi a turma do quinto ano do ensino fundamental para desenvolver minhas análises. Com a escola e os sujeitos de minha pesquisa selecionados, busquei um tema que tivesse a ver com a realidade desses alunos e que pudesse trazer contribuições reais na vivência dessas crianças e de suas famílias.

Buscando problemas reais da escola e desses sujeitos, cujas residências, em sua maioria, são em zona rural, constatei que os alunos não são contemplados com serviço de coleta de lixo e que a maioria das famílias vivem de agricultura familiar. Por esses motivos, optei por trabalhar na transformação do lixo orgânico em adubo orgânico, por meio do processo da compostagem. Desse modo, também seria uma sugestão para a destinação do lixo da escola, uma vez que esta tem sua horta e lá cultiva seus alimentos que são servidos na merenda escolar.

Determinadas todas as condições que permitiam o início da pesquisa, preferi trabalhar as grandezas massa e comprimento, que seriam conteúdos recorrentes nas atividades propostas, abordando o olhar da Teoria dos Registros de Representação semiótica, que busca a compreensão da matemática através das diferentes representações dos objetos matemáticos estudados.

Assim, partindo da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica, com base num problema da realidade desses alunos, busquei destacar a aprendizagem das grandezas massa e comprimento, sem deixar de relatar ou citar os outros objetos

matemáticos que emergiram dessa atividade, ressaltando as diferentes representações desses objetos matemáticos e contribuindo para aprendizagem da matemática.

As atividades de modelagem permitem o surgimento dos modelos matemáticos, e tais modelos são os objetos matemáticos apresentados na Teoria dos Registros de Representação semiótica. Alinhado a esses pressupostos teóricos, e com essa ideia do problema do lixo orgânico e sua transformação em adubo orgânico, propus a presente pesquisa que intenta responder **"como uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica contribui para a aprendizagem dos objetos matemáticos grandezas massa e comprimento e o uso de suas diferentes representações semióticas?".**

A busca pela resposta a essa pergunta era outro caminho muito longo a ser percorrido porque existiam vários fatores que poderiam contribuir para que a pesquisa não ocorresse. O primeiro é que eu não era o professor da turma, e minha presença dentro da sala seria de uma pessoa estranha. Quanto à aceitação da escola e da professora, não obtive nenhum problema, ao contrário, sempre foram todos muito solícitos e prestativos nas vezes em que estive na escola.

Outro aspecto que também me despertava certo receio era com relação aos conteúdos que pudessem surgir no decorrer das atividades e quais os conhecimentos dos alunos sobre eles, uma vez que não era o professor da turma e não sabia quais conhecimentos e habilidades essas crianças já possuíam. A linguagem que deveria ser usada com elas era algo que também me deixava com muitas inquietações no começo, dada a faixa etária deles, que variava entre nove e onze anos. Até então nunca havia desenvolvido nenhum trabalho com crianças dessa idade. Além disso, também devido à faixa etária, não sabia se conseguiria aplicar a teoria dos registros de representação semiótica numa turma tão restrita aos conhecimentos deste assunto de grandezas e medidas e atender ao mesmo tempo as operações de tratamento e conversão.

Por fim, vencidos todos os obstáculos que mencionei acima, a pesquisa foi realizada de acordo com a proposta apresentada, e me proponho agora a releitura dos objetivos

colocados, para que se possa verificar se foram alcançados e para responder à pergunta feita.

Iniciei apontando indícios que contemplassem um ambiente de aprendizagem por meio de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. Destaco que a atividade desenvolvida permitiu aos alunos discutir sobre um problema muito sério que é o lixo, evidenciado por meio de conversas, discussões e vídeos (embora já fossem conscientizados sobre essas questões) além de atentá-los para a importância de se buscar soluções para esta problemática.

Com o desenvolvimento de várias atividades e aulas sobre a reciclagem do lixo orgânico, cada aluno recebeu a vasilha com seu nome e durante uns dias observou o lixo orgânico que era produzido em sua casa, coletou, pesou e preparou a composteira. Tais tarefas mostram as características inerentes a um ambiente de aprendizagem, como apontado por mim anteriormente.

Outro ponto que objetivei a pesquisar era se durante as aulas de matemática, nas interações que acontecem entre professor e aluno e entre os próprios alunos, conseguiria exprimir os atos dialógicos propostos por Alro e Skovsmose (2010) e verificar se tais atos contribuiriam para o processo de aprendizagem em matemática.

Percebo que não é qualquer interação que acontece em sala de aula que pode ser caracterizado como um diálogo. É preciso constatar que ocorra a presença desses atos e como a aprendizagem ocorre nesse contexto. A interação desenvolvida deve ter um caráter investigativo, a fim de proporcionar o surgimento de tais ações, seguidas de aprendizagem e ainda mostrar ocorrências de que realmente houve a aprendizagem. Saliento que ocorreram interações que puderam ser classificadas como diálogos, uma vez que foram desenvolvidas com a finalidade de investigar, e em que se comprova a presença dos atos dialógicos e suas contribuições para a aprendizagem em matemática.

O outro objetivo do estudo era identificar os possíveis registros de representação semiótica dos objetos matemáticos grandezas massa e comprimento na atividade de Modelagem Matemática. A atividade proposta não só permitiu apontar os objetos

matemáticos citados, durante sua realização, mas também o surgimento de outros. Ressalto aqui que nos encontros realizados e com o desenvolvimento das atividades, foi possível destacar que a grandeza massa teve um enfoque maior, tanto nas interações e diálogos realizados, quanto nas atividades de produção textual. No momento da elaboração das atividades, vislumbrava-se um tratamento igual para as duas grandezas, mas no decorrer delas, identifica-se o sobressalto da grandeza massa. Reitero que nas aulas em que trabalhamos a grandeza comprimento, abordamos os mesmos aspectos abordados na grandeza massa, mas com uma quantidade menor de registros para compor o trabalho.

Verificou-se, portanto, que as atividades de modelagem são propícias ao surgimento de diversos objetos matemáticos (nesta pesquisa por exemplo destaco gráficos e tabelas e percebe-se que muitos outros poderiam ser trabalhados como porcentagem, razão, proporção e área). Sendo assim, esse objetivo também foi alcançado, uma vez que se identificaram os objetos propostos e não propostos. Esse reconhecimento dos objetos matemáticos foi feito pelos alunos tanto em seus cadernos como no desenvolvimento das interações realizadas, como deixo claro nas análises da atividade proposta, as quais mostram que, durante algumas interações, os alunos já evidenciavam em suas respostas diferentes representações para o mesmo objeto matemático.

O quarto propósito era analisar a aprendizagem de medidas e grandezas, destacando as diferentes representações semióticas desses objetos matemáticos e identificando as operações de tratamento e conversão. Esse resultado também foi obtido, uma vez que as atividades que propus aos alunos levaram os alunos a reconhecer o mesmo objeto em representações diferentes. Tais exercícios procuraram trabalhar com os valores em língua natural ou língua numérica que depois deveriam ser indicados em forma fracionária por exemplo. Para que essas transformações ocorressem, muitas vezes, os alunos utilizavam como meio para se chegar ao que se pedia as representações figurais.

Com relação aos estudantes, por serem crianças, não tive nenhum problema concernente à sua participação nas discussões em sala de aula. Essa era sempre muito ativa e a maioria deles queria falar. Percebi também que grande parte da turma

gostava da disciplina de matemática e toda vez que eu chegava para iniciarmos as atividades, eles se expressavam com exclamações do tipo: “Oba!”, “Matemática agora, gente!”, o que me permitia constatar que eles estavam gostando de participar do processo. Outro ponto que destaco aqui, é que nas leituras realizadas na BNCC (2017) identifiquei que na página 271, as orientações contidas nesse documento destacam que, ao se trabalhar a Unidade Temática Grandezas e Medidas, há o favorecimento da integração entre a Matemática e a outra área de conhecimento, e utilizo dessa citação para destacar o trabalho de interdisciplinaridade realizado juntamente com o professor de agropecuária no desenvolvimento da pesquisa. Foi possível identificar que a atividade de Modelagem Matemática propiciou a interdisciplinaridade com a disciplina de Agropecuária, favorecendo a integração com outras áreas de conhecimento.

A Modelagem em prática possibilita ao estudante visualizar no problema inúmeras alternativas de solução ou, ao menos, buscar por caminhos que possam conduzir a ela. No decorrer das atividades propostas, notou-se o desenvolvimento da autonomia tanto por meio dos questionamentos verbais, como pelas atividades escritas com o registro de formas de raciocínio. A valorização dos indivíduos enquanto sujeitos da aprendizagem e de suas formas de conhecimento prévio extraídas de seu meio cultural proporcionou a interatividade entre eles e aumentou a independência do professor à medida que o nível das atividades avançava, desde a seleção do problema no mundo real, passando pela busca de soluções no contexto matemático, até seu retorno, com possíveis respostas ao mundo real.

A modelagem sociocrítica não tem estratégias de resolução definidas a priori para abordar o problema em estudo, oportunizando aos alunos a discutir, escolher, aplicar e avaliar procedimentos matemáticos que julgam viáveis para aquela investigação. Com o intuito de responder ao desafio – “*Qual o tamanho do meu lixo?” –,* os alunos realizaram suas coletas em suas residências e depois realizamos juntos a pesagem do lixo, o que responde diretamente essa pergunta.

A autonomia dos alunos mostrou que assumiram o processo investigativo procurando respostas ao desafio. Identifica-se nessa atividade as características propostas por Silva e Kato (2012) que definem uma atividade de Modelagem Matemática na

perspectiva sociocrítica. No projeto, foram analisadas ações que identificam as quatro características, qualificando-o como modelagem matemática na perspectiva sociocrítica.

Diante das conclusões obtidas nas análises, os resultados indicam que a prática de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica favorece o surgimento de diversos objetos matemáticos, neste caso as grandezas massa e comprimento, e permite que este mesmo objeto seja representado por diferentes representações semióticas, o que torna viável a identificação das operações de tratamento e conversão, contribuindo para a aprendizagem dos alunos.

Chegando ao fim desta pesquisa, sugiro algumas possibilidades de novos estudos que podem ser realizados e que vislumbro em função do que realizei. No que se refere à Educação Matemática, com relação à Modelagem Matemática na Perspectiva Sóciocrítica e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, destaco que a pesquisa realizada surge com um novo olhar dentro do contexto de outras já feitas, uma vez que articula as teorias já mencionadas acima e emerge como mais um aporte ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Observo que futuras pesquisas poderiam ser encaminhadas no sentido de investigar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a partir de uma atividade de Modelagem Matemática na perspectiva sóciocrítica em estudantes dos demais anos iniciais do ensino fundamental mas também em estudantes dos anos finais do ensino fundamental, assim como do ensino médio e superior, destacando assim a aplicação dessas teorias em diferentes estágios da formação do estudante.

Espero que essa reflexão sobre o uso da Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica possa representar um estímulo ao uso de atividades, em sala de aula, bem como servir de suporte para novas pesquisas que se enveredem no estudo e articulação dessas teorias.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L.M. W.; VERTUAN, R.E. **Perspectiva educacional e perspectiva cognitivista para Modelagem Matemática: um estudo mediado por representações semióticas**. In.: Revista de Modelagem na Educação Matemática, Vol. 1, No. 1, p. 28-42, 2010.

ALMEIDA, L. M. W.; Silva, K.A. P. ; VERTUAN, R. E. . Sobre a categorização dos signos na Semiótica Peirceana em atividades de Modelagem Matemática. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias (En línea), v. 6, p. 8-17, 2011.

ALMOULOUD, Saddo A. Fundamentos da didática da Matemática. Curitiba: UFPR,

ALRO, Helle; OLE, Skvosmose. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. 2ª ed., Belo Horizonte - MG: Editora Autêntica, 2010.

ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Ser crítico em projetos de Modelagem em uma perspectiva crítica de Educação Matemática**. Bolema**,** Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 839-859, ago. 2009.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática e a Perspectiva Sóciocrítica**. In: II SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo: SBEM, 2003.

_____. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores.** 2001. 254 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2001.

_____. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** UEFS, **Veritati**, Feira de Santana, n. 4, p. 73- 80, 2004.

_____. **Integrando Modelagem Matemática nas práticas Pedagógicas**. Educação Matemática em Revista, SBEM, São Paulo, Ano 14, n. 26, p. 17-25. Março 2009

BENNEMANN, Márcio; ALLEVATO, N.S.G. **Educação Matemática Crítica.** Revista Produção Discente Educação Matemática. São Paulo, v.1, n.1, pp.103-112, 2012.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **30 Anos de Modelagem matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. Alexandria**.** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, vol. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett. HEIN, Nelson. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo: Editora Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática e Impliações no Ensino**: Aprendizagem de Matemática. São Paulo. Câmera Brasileira do Livro. 21p. 1999.

BRANDT, Célia F. Contribuições dos Registros de Representação Semiótica na Conceituação do Sistema de Numeração. 2005. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina 2005.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC, 1997.

BUENO, V.C. **Modelagem Matemática e ensino de funções: uma experiência com alunos da 8ª série do ensino fundamental**. In: Conferência Nacional de Modelagem Matemática,5, Belo Horizonte. Anais... Ouro preto, 2007. 1 CDROM.

BURAK, D. Modelagem Matemática: Ações e interações no processo de ensino aprendizagem. 1992. 460 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula.** In.: Revista de Modelagem na Educação Matemática. V. 1, No. 1, 10-27,2010.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: uma alternativa para o ensino da matemática na 5ª série**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

CALIARI, Rogério Omar; ALENCAR, Edgard; AMÂNCIO, Robson. **Pedagogia da Alternância e desenvolvimento local. In: Revista Organizações Rurais e Indústria** – Revista de Administração da UFLA. v. 4, n. 2, 2002. Disponível em: www.revista.dae.ufla.br. Acesso em 18 fev. 2016.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais de Matemática**. Lisboa, Gradiva, 1951, p.28-33.

CÔGO, A.M**. O ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental.** 2004. 245 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

DAMM, Regina Flemmihg. **Registros de Representação**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Educação matemática: uma (nova) introdução. São Paulo: Educ, 2008, p.167-188 de la penseé. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v. 5, Strasbourg:

DUVAL, Raymond. Registre de représentation sémiotique et fonctionnements cognitif de la penseé. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v. 5, Strasbourg: IREM, ULP, 1993.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão Matemática**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Matemática. São Paulo, Papirus, 4ª Ed.,2008.

DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, Sílvia D. A. (org.) Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003, p.11-33.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Maria Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009. 110 p.

DUVAL, Raymond. Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Tradução de Myriam Vega Restrepo. Colômbia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 2004.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2012.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. **A articulação de registros semióticos para a aprendizagem: analisando a noção de congruência semântica na Matemática e na Física**. Perspectivas da Educação Matemática, v.1, n. 1, p. 25-40 jan/jun, 2008.

FREIRE, P. Pedagogia do Oprimido. 49ª Reimpressão. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

_____. **Pedagogia do Oprimido.** 50 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra. 2011.

_____ Pedagogia do Oprimido. 9 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra: 1981, p.79.

GARNICA, A. V. M. **História Oral e educação Matemática**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas em pesquisa social**. 6 ed. São Paulo: Atlas, 1999.
IREM, ULP, 1993.

JACOBINI, O.R.; WODEWOTZKI, M.L.L. **Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no contexto da educação matemática crítica**. Bolema. Rio Claro – SP: ano 19 n.25, p.71-88, 2007.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,** v. 38, n. 3, 2006. p. 302-310.

KAISER, Gabriele. Development of mathematical literacy-results of na empiricalstudy. In: 10 TH INTERNATIONAL CONGRESS IN MATHEMATICAL EDUCATION, 2004, Compenhagem, Dinamarca.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Grandezas e Medidas.** In: Coleção Explorando o Ensino – Matemática; v.17. Secretaria de Educação Básica, 2010.

LIMA, Paulo Figueiredo; CARVALHO, João Bosco Fernandes de. **Geometria.** In: Coleção Explorando o Ensino – Matemática; v.17. Secretaria de Educação Básica, 2010.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986, 99 p.

LUNA, Ana Virgínia de Almeida; SOUZA, Elizabeth Gomes; SANTIAGO, Ana Rita C. Melo. In: **A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade**. In: ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.135-157, jul. 2009.

MATTOS, José Roberto Linhares de; PEREIRA, Pedro Carlos; ALBUQUERQUE, Elaine Cristina Barbosa da Silva de. **Modelagem Matemática: ambiente de aprendizagem em curso técnico de agropecuária orgânica**. In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife, 2011.

MIGUEL, Antônio. **História, Filosofia e Sociologia da Educação Matemática na Formação do Professor: um programa de pesquisa**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 137-152, 2005.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Base Nacional Comum Curricular – BNCC. A área da matemática. Brasil. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em 28 de agosto de 2017.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade**. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

OLIVEIRA, ALDENI Melo de; STROHSCHOEN, A. A. G. **Diário de bordo: Uma ferramenta para o registro de alfabetização científica**. Centro Universitário Univates. Lajeado – RS. 2005.

PAGUNG, CAMILA MARIA DIAS**. Construção do conceito de função em um ambiente de modelagem matemática: Estudo da renda de uma associação de reciclagem de resíduos sólidos do município de Guarapari no Estado do Espírito Santo.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória – ES, 2015.

PIROLA. Daiani Lodete. **Aprendizagem em Geometria nas séries inicais: Uma possibilidade pela integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual.** Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, 2012.

ROSA, Claudia Carreira. **Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Médio**. 2009.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina

ROSA, Milton. OREY, Daniel Clark. **A Modelagem como um Ambiente de Aprendizagem para a Conversão do Conhecimento Matemático**. Bolema, Rio Claro, v. 26, n° 42A, p. 261-290, 2012.

SÁ. Ilydio Pereira de; PAIVA, Ana Maria Severiano de. Educação matemática crítica e práticas pedagógicas. In: Revista Ibero-americana de Educação. n. 55, v. 2. 2011.

SCHONARDIE, Belissa**. Modelagem Matemática e introdução da função afim no ensino fundamental.** Dissertação (Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS, 2011.

SILVA, Greice Kelly Rockenbach da. **Modelagem Matemática na sala de aula**. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba, 2013.

SILVA, Karina Alessandra Pessôa da. **Modelagem Matemática e Semiótica**: algumas relações. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

SILVA, Lucas Neiva; KOLLER, Silva Helena. **O uso da fotografia na pesquisa em Psicologia.** Estudos de Psicologia, v.7, n.2, p. 237-252, 2002.

SILVA, Vantielen da Silva; KLUBER, Tiago Emanuel. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Reflexões e Apologia aos seus usos**. In: Revista Eletrônica de Educação. v. 6, n. 2, nov. 2012.

SILVA, Cíntia da; KATO, Lilian Akemi**. Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica**? Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 26, p. 45-66, 2012.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para Investigação.** Bolema. São Carlos, SP, v.n.14, p. 66 -91, 2000.

_____**Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas, SP. Papirus, 2001.

_____**Educação Crítica: incerteza, Matemática e responsabilidade.** São Paulo, SP. Cortez, 2007.

_____ **Os desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP. Papirus, 2008.

_____ **Um convite à educação matemática crítica**. Campinas, SP. Papirus, 2014.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Um olhar sobre a Modelagem Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. 2007. 141 p. Dissertação

(Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. **Educação Matemática**: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 135-154.

GOMES, J. C. S. P. ; SILVA, K. A. P**.. A modelagem matemática nos anos iniciais: um estudo a partir dos eventos**. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 2017, Maringá. Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: história, atualidades e projeções. Maringá: UEM, 2017. v. 1. p. 1-15.

CAMPOS, I. da S.; ARAÚJO, J. de L. Quando pesquisa e prática pedagógica acontecem simultaneamente no ambiente de modelagem matemática: problematizando a dialética pesquisador/professor. **Acta Scientiae**, v. 17, n. 2, Canoas, maio/ago. 2015. p. 324-339.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA NA INSTITUIÇÃO

PROGRAMA EDUCIMAT

INSTITUTO FEDERAL

CARTA DE ANUÊNCIA

Autorizo a realização da pesquisa intitulada "O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA E MEDIDAS PARA ALUNOS DO QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DAS SERIES INICIAIS, POR MEIO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA.", coordenada pelo pesquisador Wasley Antonio Ronchetti, a ser realizada na Escola Municipal Comunitária Rural "Ernesto Corradi", localizada na Rua Arthur Peter s/n, Distrito do Boapaba, Colatina - ES, em conformidade com os objetivos e metodologias previamente apresentados.

Como representante do (a) Escola Municipal Comunitária Rural "Ernesto Corradi", estou ciente das co-responsabilidades associadas ao projeto de pesquisa no compromisso do resguardo da segurança e bem-estar dos participantes da pesquisa recrutados. Declaro ainda estar ciente da autonomia de cada indivíduo em aceitar ou recusar a participar da pesquisa, independente da anuência que apresento.

Esta autorização está condicionada à aprovação da pesquisa elencada acima por um Comitê de Ética em Pesquisa, legalmente instituído, como forma de resguardar o cumprimento da Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde – CNS e suas complementares.

O descumprimento desses condicionamentos assegura-me o direito de retirar minha anuência a qualquer momento da pesquisa.

Boapaba, 12 de Setembro de 2016

EMCOR "ERNESTO CORRADI"
R. Arthur Peter s/n - Boapaba-Colatina/ES
CEP: 29710-035 Tel:(27) 3723-9127
PREFEITURA MUNICIPAL DE COLATINA
Mod. de Denominação - Lei nº 5907 de 20/11/2012
Dec. de Municipalização nº 8404 de 27/03/1998
Ato de Criação: Port. nº 1758 de 29/05/1962
Ato de Aprovação: Res. CEE/ES nº 27 de 09/05/1986

Franciele Galão Prando
Diretora Escolar / Coor. Administrativa
Portaria SEMED Nº 02/2016
Aut. SRE nº 02/2016

Assinatura do responsável pela Instituição

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS (Resolução 466/12)

Título do Projeto: Os registros de representação semiótica na aprendizagem das grandezas massa e comprimento para alunos dos anos iniciais do ensino fundamental por meio de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica.

Pesquisador responsável: Wasley Antonio Ronchetti **RG:** 1.914.465-ES
Nome da Instituição a que pertence o pesquisador: Ifes – *campus* Vitória
Informações do participante da pesquisa aluno(a):
Nome:_____
RG nº.: _____ **Idade:** _____
Instituição: _____

Solicitamos a sua autorização para convidar o (a) seu/sua filho (a)_____ (ou menor que está sob sua responsabilidade) para participar, como voluntário(a), da pesquisa "O Ensino e Aprendizagem de Geometria e Medidas para os Alunos do Quinto Ano do Ensino Fundamental das Séries Iniciais, Por Meio de Uma Atividade de Modelagem Matemática". Esta pesquisa é de responsabilidade do pesquisador Wasley Antonio Ronchetti, residente à Rua Parma, nº 51, Edifício Porto Fino, Apartamento 203, Bairro Riviera – Colatina/ES – CEP: 29.705-125, tel.: 27 99521-5051, e-mail: wasley.ronchetti@ifes.edu.br.
Caso este Termo de Consentimento contenha informações que não lhe sejam compreensíveis, as dúvidas poderão ser tiradas com o pesquisador responsável, pessoalmente, por telefone ou e-mail.
Quando todos os esclarecimentos forem dados, caso concorde que o (a) menor faça parte do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma via lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável. Caso não concorde, não haverá penalização nem para o (a) Sr.(a) nem para o/a voluntário/a que está sob sua responsabilidade, bem como será possível ao/a Sr. (a) retirar o consentimento a qualquer momento, também sem nenhuma penalidade.
Para o desenvolvimento da pesquisa será realizada uma sequência de atividades que serão desenvolvidas com a turma, nas quais abordaremos sobre possíveis soluções para o lixo orgânico e inorgânico e atividades que envolvam os conteúdos previstos. Será desenvolvida com toda a turma e no final haverá aplicação de questionário para os alunos opinarem sobre as atividades que foram desenvolvidas com eles.
A pesquisa em questão poderá trazer os seguintes benefícios para a Instituição: a conscientização dos alunos que participarão da pesquisa, bem como o desenvolvimento de um trabalho com toda a escola e com as comunidades dos alunos, sobre a questão da problemática do lixo.
Os riscos inerentes aos participantes da pesquisa são mínimos, podendo estar relacionados a constrangimento ou desconforto ao preencher determinadas questões. Dessa forma, caso ocorra, o participante poderá, a qualquer momento, se excluir de participar da pesquisa, sem quaisquer formas de prejuízo ou danos que possa vir a sofrer.
Os questionários preenchidos durante a pesquisa são confidenciais, sendo garantido o anonimato dos participantes. Os resultados obtidos pela análise destes instrumentos serão divulgados em eventos ou por meio de publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários. Os questionários serão mantidos em sigilo e ficarão sob

a responsabilidade do pesquisador Wasley Antonio Ronchetti, pelo prazo de 5 (cinco) anos.

Os participantes da pesquisa, e comunidade em geral, poderão entrar em contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa do Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes, no endereço: Avenida Rio Branco, 50 - Santa Lúcia, Vitória - ES, 29056-255, Tel.: (28) 33577518, e-mail: etica.pesquisa@ifes.edu.br.**

_____

Wasley Antonio Ronchetti
Pesquisador Responsável

APÊNDICE C – CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO

Eu,_____, RG n.º_____, abaixo assinado, responsável pelo(a) aluno(a) _____, autorizo a sua participação no estudo “O Ensino e Aprendizagem de Geometria e Medidas para os Alunos do Quinto Ano do Ensino Fundamental das Séries Iniciais, Por Meio de Uma Atividade de Modelagem Matemática”, como voluntário. Fui devidamente informado e esclarecido sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os benefícios e possíveis riscos decorrentes da participação dele(a). Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto resulte em qualquer penalidade para mim ou para o(a) menor em questão.

Local e data:

_____

Assinatura do responsável:

_____

APENDICE D – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do Projeto: Os registros de representação semiótica na aprendizagem das grandezas massa e comprimento para alunos dos anos iniciais do ensino fundamental por meio de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica
Pesquisadora responsável: Wasley Antonio Ronchetti
RG: 1.914.465-ES
Nome da Instituição a que pertence a pesquisadora: Ifes – *campus* Vitória
Informações do participante da pesquisa (aluno(a)):
Nome:_____
RG nº._____ **Idade:** _____
Instituição: _____

Convidamos você, _____, após autorização dos seus pais (ou responsáveis legais) para participar como voluntário (a) da pesquisa: O Ensino e Aprendizagem de Geometria e Medidas para os Alunos do Quinto Ano do Ensino Fundamental das Séries Iniciais, Por Meio de Uma Atividade de Modelagem Matemática". Esta pesquisa é de responsabilidade do pesquisador Wasley Antonio Ronchetti, residente à Rua Parma, nº 51, Edifício Porto Fino, Apartamento 203, Bairro Riviera – Colatina/ES – CEP: 29.705-125, tel.: 27 99521-5051, e-mail: wasley.ronchetti@ifes.edu.br.

Caso este documento (que se chama Termo de Assentimento) contenha alguma palavra ou informação que você não entenda, essa dúvida poderá ser tirada com o pesquisador e somente depois que você tenha entendido tudo o que leu e que concorde com o que está escrito, pedimos que você assine cada folha e assine também na última folha deste papel, que possui duas vias e uma via vocês levarão para casa e entregarão aos seus pais ou responsáveis para guardar em casa e outra via ficará com o pesquisador responsável. Você estará livre para decidir participar ou não. Caso comece a preencher o questionário e não se sinta à vontade para continuar, poderá interromper a qualquer momento. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu.

Este projeto tem como objetivo analisar como ocorre a aprendizagem de vocês (alunos) dos conteúdos de geometria e medidas, através de atividades que serão realizadas abordando um problema muito sério dos nossos dias atuais: o lixo. Para tentarmos buscar soluções para esse problema, utilizaremos cálculos matemáticos que nos ajudarão a resolver esse problema tão grave. Para tentarmos solucionar esse problema em nossas casas, na nossa comunidade e na nossa escola, iremos ver que os lixos que produzimos podem ser separados e possuem uma destinação correta e que não prejudicam o meio ambiente. Veremos que os lixos são diferentes e possuem destinações diferentes, e é essa a ideia das atividades que iremos realizar, com a ideia de solucionarmos esse problema do lixo. No final das atividades, será dada uma folha com algumas perguntas, sobre as atividades que foram realizadas para que todos os alunos que participaram respondam e possam dizer se gostaram ou não das atividades que participaram.

A partir das atividades que forem realizadas, espera-se ter resultados que possam contribuir para a conscientização das pessoas sobre a destinação correta do lixo e verificar como ocorreu a aprendizagem de vocês (alunos) quando estudamos os assuntos de geometria e medidas, durante o desenvolvimento das atividades.

A pesquisa que vocês estão sendo chamados para participar, depois que terminar o poderá trazer os seguintes benefícios para a Escola:

1- A conscientização dos participantes da pesquisa e desenvolvimento de um trabalho com toda a escola e com as comunidades dos alunos, sobre a questão da problemática do lixo.
2- Espera-se que ações como a separação correta do lixo seco com destinação a coleta seletiva seja desenvolvidas na maior parte das famílias dos alunos, bem como na escola e que após a pesquisa, o lixo úmido que a própria escola produz seja utilizado para a produção de adubo orgânico que poderá ser usado na horta da escola,
3- Demonstrar que a atividade que será desenvolvida contribui para um melhor entendimento e aprendizado de matemática, contribuindo para uma educação de melhor qualidade.

Os riscos inerentes aos participantes (alunos) da pesquisa são mínimos, podendo estar relacionados a constrangimento ou desconforto ao preencher determinadas questões. Dessa forma, caso ocorra, o participante poderá, a qualquer momento, se excluir de participar da pesquisa, sem nenhuma forma de prejuízo ou danos. É seu direito deixar de participar da pesquisa, quando quiser.

As atividades que vocês realizarem durante a pesquisa são confidenciais, ou seja vocês não precisarão pôr o nome de vocês, para que sendo garantido o anonimato de cada um de vocês Ninguém saberá o que vocês fizeram ou responderam. Os resultados obtidos das observações das atividades que vocês responderão, serão divulgados em eventos ou por meio de publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, ou seja como já foi falado, não aparecendo nada que identifique quem são vocês. Os questionários serão mantidos em sigilo e ficarão sob a responsabilidade do pesquisador Wasley Antonio Ronchetti, pelo prazo de 5 (cinco) anos.

Os participantes da pesquisa, e comunidade em geral, poderão entrar em contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa do Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes, no endereço: Avenida Rio Branco, 50 - Santa Lúcia, Vitória - ES, 29056-255.**
Tel.: (27) 3357- 7518, e-mail: etica.pesquisa@ifes.edu.br.

APÊNDICE E – PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESPÍRITO

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA E MEDIDAS PARA ALUNOS DO QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DAS SERIES INICIAIS, POR MEIO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA.

Pesquisador: WASLEY ANTONIO RONCHETTI

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 60374116.4.0000.5072

Instituição Proponente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo - IFES

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 1.816.729

Apresentação do Projeto:

Clara e concisa. A proposta da pesquisa é relevante e viável.

Objetivo da Pesquisa:

Continuam os mesmos da avaliação anterior.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

As incorreções do TALE foram solucionadas.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Não há.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

de acordo

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Aprovado

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Endereço: Avenida Rio Branco, nº 50
Bairro: Santa Lúcia **CEP:** 29.056-255
UF: ES **Município:** VITORIA
Telefone: (27)3357-7518 **Fax:** (27)3331-2203 **E-mail:** etica.pesquisa@ifes.edu.br

ANEXO I

Sequência de Atividades sobre as grandezas massa e comprimento

01 – Construa a tabela dos múltiplos e submúltiplos e faça as transformações abaixo:

a) 305 g em mg

b) 205 g em cg

c) 584 g em kg

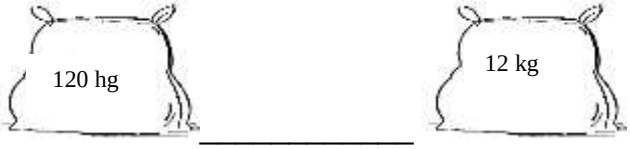
d) 450 g em hg

02 – Utilizando os símbolos >, < ou =, compare as medidas abaixo:

a) 

b) 

c) 

d) 

03 – Na construção da composteira, foram usados sacos de estercos com peso de 2 quilogramas. Quando começamos a construir o professor falou o seguinte:

- Aqui deve ser colocado ¾ do total de esterco. Quantos gramas devem ser colocados nesse canteiro?

- No outro canteiro, deve ser colocado, ½ do total de esterco. Quantos gramas devem ser colocados nesse canteiro?

04 – Arredondando o lixo trazido pelo aluno A8, temos que ele trouxe 1000 gramas de lixo.



Ele dividiu esse lixo em quatro partes iguais para usar nas composteiras que estavam sendo produzidas.

a) Quanto vale cada parte que ele dividiu?

b) Se ele utilizou ao todo 750 gramas, qual a fração que corresponde a essa quantidade?

c) Quanto corresponde a 1/10 desse lixo produzido pelo A8?

05 – O lixo que foi trazido pelos alunos, antes de ser jogado na composteira, era colocado dentro de um balde, como o da figura abaixo:



a) Quantos baldes cheios deu o lixo do aluno A1?

b) Quantos baldes cheios deu o lixo da aluna A12?

06 – Ao realizar a medição de um canteiro da horta da escola, que tinha formato retangular, os alunos anotaram as seguintes medidas.

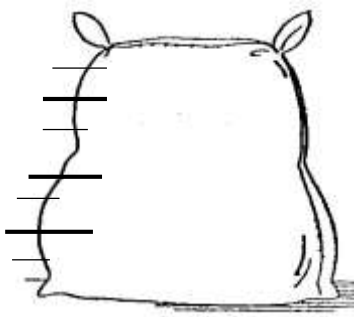
Comprimento: 600 cm
Largura: 350 cm

a) Desenhe a figura que representa esse canteiro.

b) Qual o perímetro desse canteiro?

c) Escreva os valores de cada lado e o perímetro em metros.

07 – A embalagem abaixo possui o peso de 4 kg.



a) Pinte ¼ dessa embalagem.

b) A quantos gramas corresponde esse valor pintado?